

ここまでのあらすじ

- § 1 標準模型と標準模型を超える物理についての概要 (4/15 + 4/22、スライドで)
- § 2 今後の予定
- § 3 場の量子論入門 (5/13~)
 - § 3.1 はじめに
 - § 3.2 自由スカラー場 (5/20)
 - § 3.3 相互作用するスカラー場 (5/27~)
 - § 3.3.1 概略
 - § 3.3.2 S 行列と散乱振幅 $\mathcal{M}$
 - § 3.3.3 遷移確率：一般論
 - § 3.3.4 $n = 2$ の場合、散乱断面積 σ
 - § 3.3.5 散乱振幅 $\mathcal{M}$ の計算の概要
- § 4 標準宇宙論入門 6/3, 6/5, 6/10
- § 5 暗黒物質

6/10 訂正
6/17 訂正

参考資料：

日本語解説記事「宇宙のダークマター直接探索の現状」

https://www.jstage.jst.go.jp/article/butsuri/75/2/75_68/_article/-char/ja/

Review of Particle Physics, “Dark Matter”

<https://pdg.lbl.gov/2025/reviews/rpp2024-rev-dark-matter.pdf>

最近のレビュー (500ページ以上!)

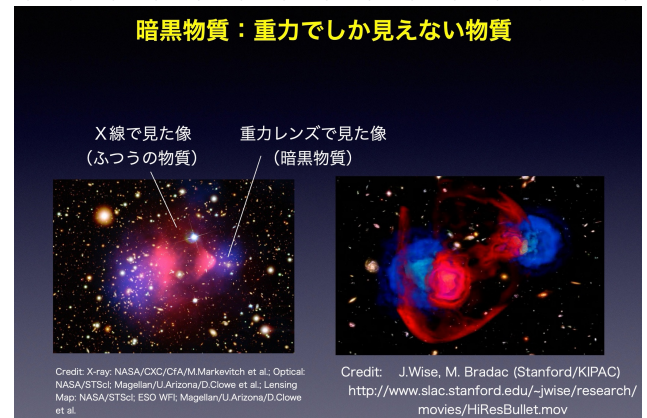
<https://arxiv.org/abs/2406.01705>

- 5.1 DM の証拠
- 5.2 DM であるための条件, DM の候補
- 5.3 WIMP, 熱的残存量の計算
- 5.4 例: Higgs-portal DM
- (5.A) おまけ: 最近の研究例: 中性子星温度観測による DM 探索)

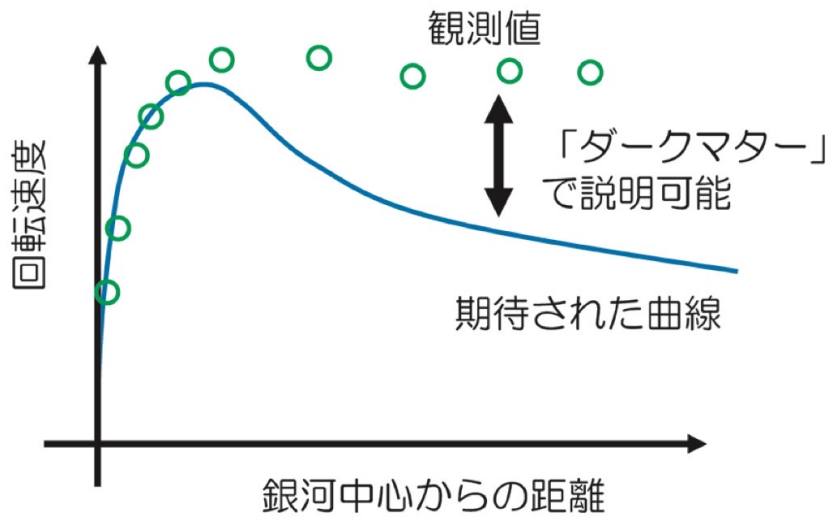
5.1 DMの証拠

様々は2つ-1つで独立に証拠がある

2つ-1つ	観測	
銀河 kpc	回転曲線	DMがあること。 遠くの星を束縛している。
銀河団 Mpc	速度分散	
銀河団 衝突	ガス(X線) 質量分布 (重力レンズ)	この2つが分離
宇宙 全体	CMB 大規模構造	



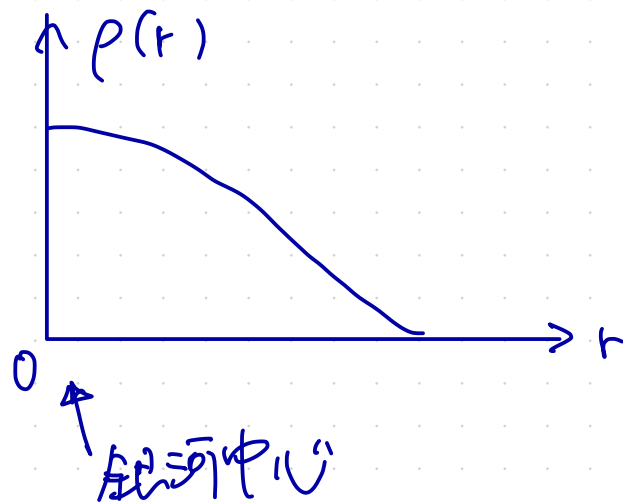
▶ 回転曲線について見てみよう



色々の銀河で
同様な分布
が見られる

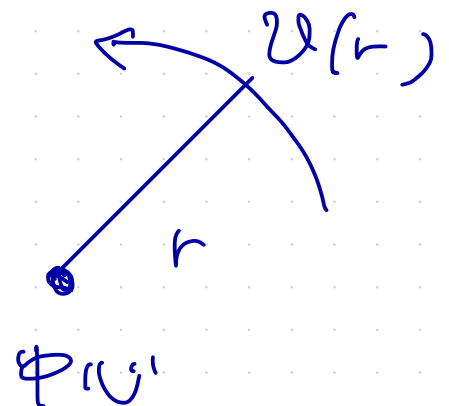
図1 ダークマターの存在を支持することになった、銀河の回転曲線観測の概念図。光学的に観測される天体のみによる引力で期待される回転速度を曲線で示す。これに対して、観測された回転速度は丸印のようになり、この差を説明するためには「ダークマター」が必要であるとされた。

カンタンのために 球対称的な密度分布を
仮定すると...



中心から取り
出した半径 r までの質量 $M(r)$ は

(カンタンのために円運動
と仮定すると)



$$\frac{mv^2(r)}{r} = \frac{GmM(r)}{r^2}$$

(遠心力)

(重力)

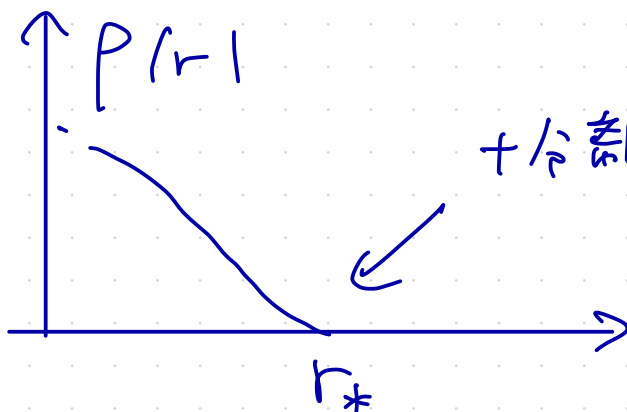
7-7c $M(r) = \int_0^r \rho(r') 4\pi r'^2 dr'$

8-2 $v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}$

★

► 4c. DM profile < 見22c

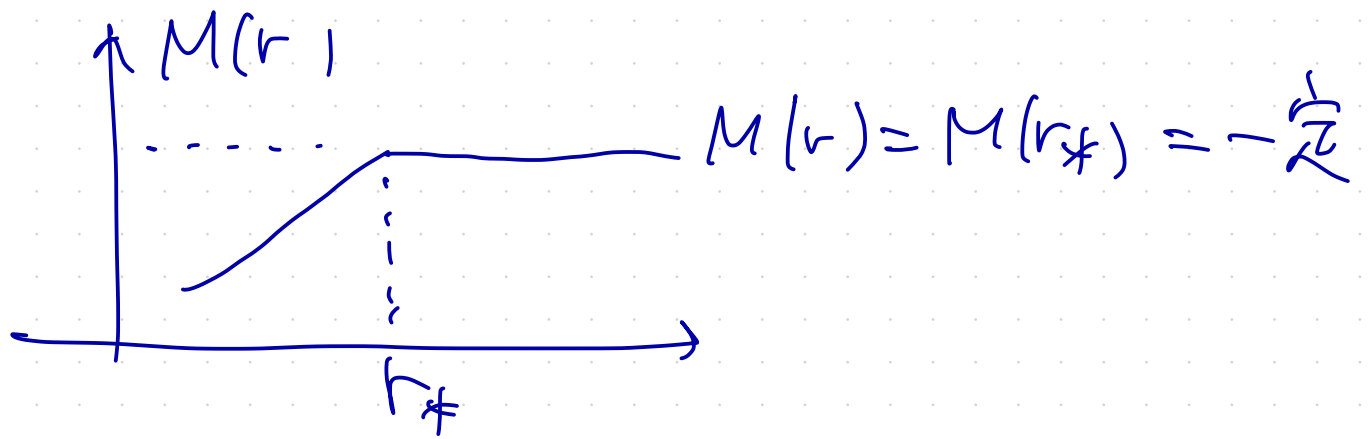
7-7c, 7-7d, 7-7e, 7-7f, 7-7g, 7-7h, 7-7i, 7-7j, 7-7k, 7-7l, 7-7m, 7-7n, 7-7o, 7-7p, 7-7q, 7-7r, 7-7s, 7-7t, 7-7u, 7-7v, 7-7w, 7-7x, 7-7y, 7-7z, 7-7aa, 7-7ab, 7-7ac, 7-7ad, 7-7ae, 7-7af, 7-7ag, 7-7ah, 7-7ai, 7-7aj, 7-7ak, 7-7al, 7-7am, 7-7an, 7-7ao, 7-7ap, 7-7aq, 7-7ar, 7-7as, 7-7at, 7-7au, 7-7av, 7-7aw, 7-7ax, 7-7ay, 7-7az, 7-7ba, 7-7bb, 7-7bc, 7-7bd, 7-7be, 7-7bf, 7-7bg, 7-7bh, 7-7bi, 7-7bj, 7-7bk, 7-7bl, 7-7bm, 7-7bn, 7-7bo, 7-7bp, 7-7bq, 7-7br, 7-7bs, 7-7bt, 7-7bu, 7-7bv, 7-7bw, 7-7bx, 7-7by, 7-7bz, 7-7ca, 7-7cb, 7-7cc, 7-7cd, 7-7ce, 7-7cf, 7-7cg, 7-7ch, 7-7ci, 7-7cj, 7-7ck, 7-7cl, 7-7cm, 7-7cn, 7-7co, 7-7cp, 7-7cq, 7-7cr, 7-7cs, 7-7ct, 7-7cu, 7-7cv, 7-7cw, 7-7cx, 7-7cy, 7-7cz, 7-7da, 7-7db, 7-7dc, 7-7dd, 7-7de, 7-7df, 7-7dg, 7-7dh, 7-7di, 7-7dj, 7-7dk, 7-7dl, 7-7dm, 7-7dn, 7-7do, 7-7dp, 7-7dq, 7-7dr, 7-7ds, 7-7dt, 7-7du, 7-7dv, 7-7dw, 7-7dx, 7-7dy, 7-7dz, 7-7ea, 7-7eb, 7-7ec, 7-7ed, 7-7ee, 7-7ef, 7-7eg, 7-7eh, 7-7ei, 7-7ej, 7-7ek, 7-7el, 7-7em, 7-7en, 7-7eo, 7-7ep, 7-7eq, 7-7er, 7-7es, 7-7et, 7-7eu, 7-7ev, 7-7ew, 7-7ex, 7-7ey, 7-7ez, 7-7fa, 7-7fb, 7-7fc, 7-7fd, 7-7fe, 7-7ff, 7-7fg, 7-7fh, 7-7fi, 7-7fj, 7-7fk, 7-7fl, 7-7fm, 7-7fn, 7-7fo, 7-7fp, 7-7fq, 7-7fr, 7-7fs, 7-7ft, 7-7fu, 7-7fv, 7-7fw, 7-7fx, 7-7fy, 7-7fz, 7-7ga, 7-7gb, 7-7gc, 7-7gd, 7-7ge, 7-7gf, 7-7gg, 7-7gh, 7-7gi, 7-7gj, 7-7gk, 7-7gl, 7-7gm, 7-7gn, 7-7go, 7-7gp, 7-7gq, 7-7gr, 7-7gs, 7-7gt, 7-7gu, 7-7gv, 7-7gw, 7-7gx, 7-7gy, 7-7gz, 7-7ha, 7-7hb, 7-7hc, 7-7hd, 7-7he, 7-7hf, 7-7hg, 7-7hh, 7-7hi, 7-7hj, 7-7hk, 7-7hl, 7-7hm, 7-7hn, 7-7ho, 7-7hp, 7-7hq, 7-7hr, 7-7hs, 7-7ht, 7-7hu, 7-7hv, 7-7hw, 7-7hx, 7-7hy, 7-7hz, 7-7ia, 7-7ib, 7-7ic, 7-7id, 7-7ie, 7-7if, 7-7ig, 7-7ih, 7-7ii, 7-7ij, 7-7ik, 7-7il, 7-7im, 7-7in, 7-7io, 7-7ip, 7-7iq, 7-7ir, 7-7is, 7-7it, 7-7iu, 7-7iv, 7-7iw, 7-7ix, 7-7iy, 7-7iz, 7-7ja, 7-7jb, 7-7jc, 7-7jd, 7-7je, 7-7jf, 7-7jg, 7-7jh, 7-7ji, 7-7jj, 7-7jk, 7-7jl, 7-7jm, 7-7jn, 7-7jo, 7-7jp, 7-7jq, 7-7jr, 7-7js, 7-7jt, 7-7ju, 7-7jv, 7-7jw, 7-7jx, 7-7jy, 7-7jz, 7-7ka, 7-7kb, 7-7kc, 7-7kd, 7-7ke, 7-7kf, 7-7kg, 7-7kh, 7-7ki, 7-7kj, 7-7kl, 7-7km, 7-7kn, 7-7ko, 7-7kp, 7-7kq, 7-7kr, 7-7ks, 7-7kt, 7-7ku, 7-7kv, 7-7kw, 7-7kx, 7-7ky, 7-7kz, 7-7la, 7-7lb, 7-7lc, 7-7ld, 7-7le, 7-7lf, 7-7lg, 7-7lh, 7-7li, 7-7lj, 7-7lk, 7-7ll, 7-7lm, 7-7ln, 7-7lo, 7-7lp, 7-7lq, 7-7lr, 7-7ls, 7-7lt, 7-7lu, 7-7lv, 7-7lw, 7-7lx, 7-7ly, 7-7lz, 7-7ma, 7-7mb, 7-7mc, 7-7md, 7-7me, 7-7mf, 7-7mg, 7-7mh, 7-7mi, 7-7mj, 7-7mk, 7-7ml, 7-7mm, 7-7mn, 7-7mo, 7-7mp, 7-7mq, 7-7mr, 7-7ms, 7-7mt, 7-7mu, 7-7mv, 7-7mw, 7-7mx, 7-7my, 7-7mz, 7-7na, 7-7nb, 7-7nc, 7-7nd, 7-7ne, 7-7nf, 7-7ng, 7-7nh, 7-7ni, 7-7nj, 7-7nk, 7-7nl, 7-7nm, 7-7nn, 7-7no, 7-7np, 7-7nq, 7-7nr, 7-7ns, 7-7nt, 7-7nu, 7-7nv, 7-7nw, 7-7nx, 7-7ny, 7-7nz, 7-7oa, 7-7ob, 7-7oc, 7-7od, 7-7oe, 7-7of, 7-7og, 7-7oh, 7-7oi, 7-7oj, 7-7ok, 7-7ol, 7-7om, 7-7on, 7-7oo, 7-7op, 7-7oq, 7-7or, 7-7os, 7-7ot, 7-7ou, 7-7ov, 7-7ow, 7-7ox, 7-7oy, 7-7oz, 7-7pa, 7-7pb, 7-7pc, 7-7pd, 7-7pe, 7-7pf, 7-7pg, 7-7ph, 7-7pi, 7-7pj, 7-7pk, 7-7pl, 7-7pm, 7-7pn, 7-7po, 7-7pp, 7-7pq, 7-7pr, 7-7ps, 7-7pt, 7-7pu, 7-7pv, 7-7pw, 7-7px, 7-7py, 7-7pz, 7-7qa, 7-7qb, 7-7qc, 7-7qd, 7-7qe, 7-7qf, 7-7qg, 7-7qh, 7-7qi, 7-7qj, 7-7qk, 7-7ql, 7-7qm, 7-7qn, 7-7qo, 7-7qp, 7-7qq, 7-7qr, 7-7qs, 7-7qt, 7-7qu, 7-7qv, 7-7qw, 7-7qx, 7-7qy, 7-7qz, 7-7ra, 7-7rb, 7-7rc, 7-7rd, 7-7re, 7-7rf, 7-7rg, 7-7rh, 7-7ri, 7-7rj, 7-7rk, 7-7rl, 7-7rm, 7-7rn, 7-7ro, 7-7rp, 7-7rq, 7-7rr, 7-7rs, 7-7rt, 7-7ru, 7-7rv, 7-7rw, 7-7rx, 7-7ry, 7-7rz, 7-7sa, 7-7sb, 7-7sc, 7-7sd, 7-7se, 7-7sf, 7-7sg, 7-7sh, 7-7si, 7-7sj, 7-7sk, 7-7sl, 7-7sm, 7-7sn, 7-7so, 7-7sp, 7-7sq, 7-7sr, 7-7ss, 7-7st, 7-7su, 7-7sv, 7-7sw, 7-7sx, 7-7sy, 7-7sz, 7-7ta, 7-7tb, 7-7tc, 7-7td, 7-7te, 7-7tf, 7-7tg, 7-7th, 7-7ti, 7-7tj, 7-7tk, 7-7tl, 7-7tm, 7-7tn, 7-7to, 7-7tp, 7-7tq, 7-7tr, 7-7ts, 7-7tt, 7-7tu, 7-7tv, 7-7tw, 7-7tx, 7-7ty, 7-7tz, 7-7ua, 7-7ub, 7-7uc, 7-7ud, 7-7ue, 7-7uf, 7-7ug, 7-7uh, 7-7ui, 7-7uj, 7-7uk, 7-7ul, 7-7um, 7-7un, 7-7uo, 7-7up, 7-7uq, 7-7ur, 7-7us, 7-7ut, 7-7uu, 7-7uv, 7-7uw, 7-7ux, 7-7uy, 7-7uz, 7-7va, 7-7vb, 7-7vc, 7-7vd, 7-7ve, 7-7vf, 7-7vg, 7-7vh, 7-7vi, 7-7vj, 7-7vk, 7-7vl, 7-7vm, 7-7vn, 7-7vo, 7-7vp, 7-7vq, 7-7vr, 7-7vs, 7-7vt, 7-7vu, 7-7vv, 7-7vw, 7-7vx, 7-7vy, 7-7vz, 7-7wa, 7-7wb, 7-7wc, 7-7wd, 7-7we, 7-7wf, 7-7wg, 7-7wh, 7-7wi, 7-7wj, 7-7wk, 7-7wl, 7-7wm, 7-7wn, 7-7wo, 7-7wp, 7-7wq, 7-7wr, 7-7ws, 7-7wt, 7-7wu, 7-7wv, 7-7ww, 7-7wx, 7-7wy, 7-7wz, 7-7xa, 7-7xb, 7-7xc, 7-7xd, 7-7xe, 7-7xf, 7-7xg, 7-7xh, 7-7xi, 7-7xj, 7-7xk, 7-7xl, 7-7xm, 7-7xn, 7-7xo, 7-7xp, 7-7xq, 7-7xr, 7-7xs, 7-7xt, 7-7xu, 7-7xv, 7-7xw, 7-7xx, 7-7xy, 7-7xz, 7-7ya, 7-7yb, 7-7yc, 7-7yd, 7-7ye, 7-7yf, 7-7yg, 7-7yh, 7-7yi, 7-7yj, 7-7yk, 7-7yl, 7-7ym, 7-7yn, 7-7yo, 7-7yp, 7-7yq, 7-7yr, 7-7ys, 7-7yt, 7-7yu, 7-7yv, 7-7yw, 7-7yx, 7-7yy, 7-7yz, 7-7za, 7-7zb, 7-7zc, 7-7zd, 7-7ze, 7-7zf, 7-7zg, 7-7zh, 7-7zi, 7-7zj, 7-7zk, 7-7zl, 7-7zm, 7-7zn, 7-7zo, 7-7zp, 7-7zq, 7-7zr, 7-7zs, 7-7zt, 7-7zu, 7-7zv, 7-7zw, 7-7zx, 7-7zy, 7-7zz



+ 1/2 離れると量はほぼとらえていい
($r \gg r_*$)

→ $M(r) = \int_0^r \rho(r') 4\pi r'^2 dr'$

$\approx \int_0^{r_*} \rho(r') 4\pi r'^2 dr' = M(r_*)$



可なり $\odot$ 式より

$$v(r) \sim \sqrt{\frac{GM(r_*)}{r}} \propto \frac{1}{r^{1/2}}$$

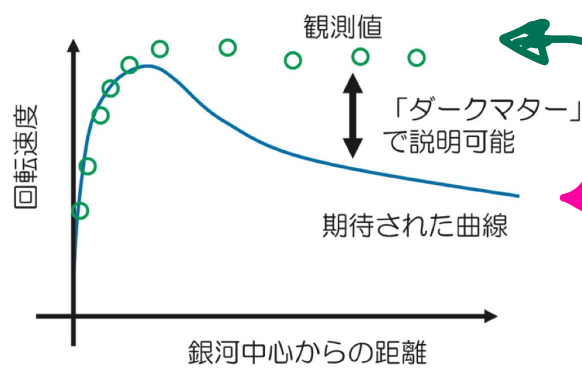


図1 ダークマターの存在を支持することになった、銀河の回転曲線観測の概念図。光学的に観測される天体のみによる引力で期待される回転速度を曲線で示す。これに対して、観測された回転速度は丸印のようになり、この差を説明するためには「ダークマター」が必要であるとされた。

しかし観測は $v(r) \sim \text{const}$

$\rightarrow M(r) \propto r$

$\rightarrow \rho(r) \propto \frac{1}{r^2}$

$\hookrightarrow$ 見えない物質は何かの密度が広がっている
Dark Matter.

5.2 DM 2. あり得る条件. DM の候補

条件

① Neutral

- 電氣的に中性
- color も 持たない (強い相互作用)

光う2.10.11と
CMB 観測
はとと
合ははる

② 安定. or 寿命 > 宇宙年齢

(光う2.10.11と 現在へ観測と
説明 2.10.11)

③ "Cold"

Cold
Dark
Matter
(CDM)

少子<と宇宙の構造形成の頃以降
($t \sim$ 数万年, 温度 $\sim 1\text{eV} \sim 10000\text{K}$)
には非相対論的 (速さ $v \ll 1$)

(光う2.10.11と宇宙の構造と作中はい)

標準模型の粒子は DM に該当しない

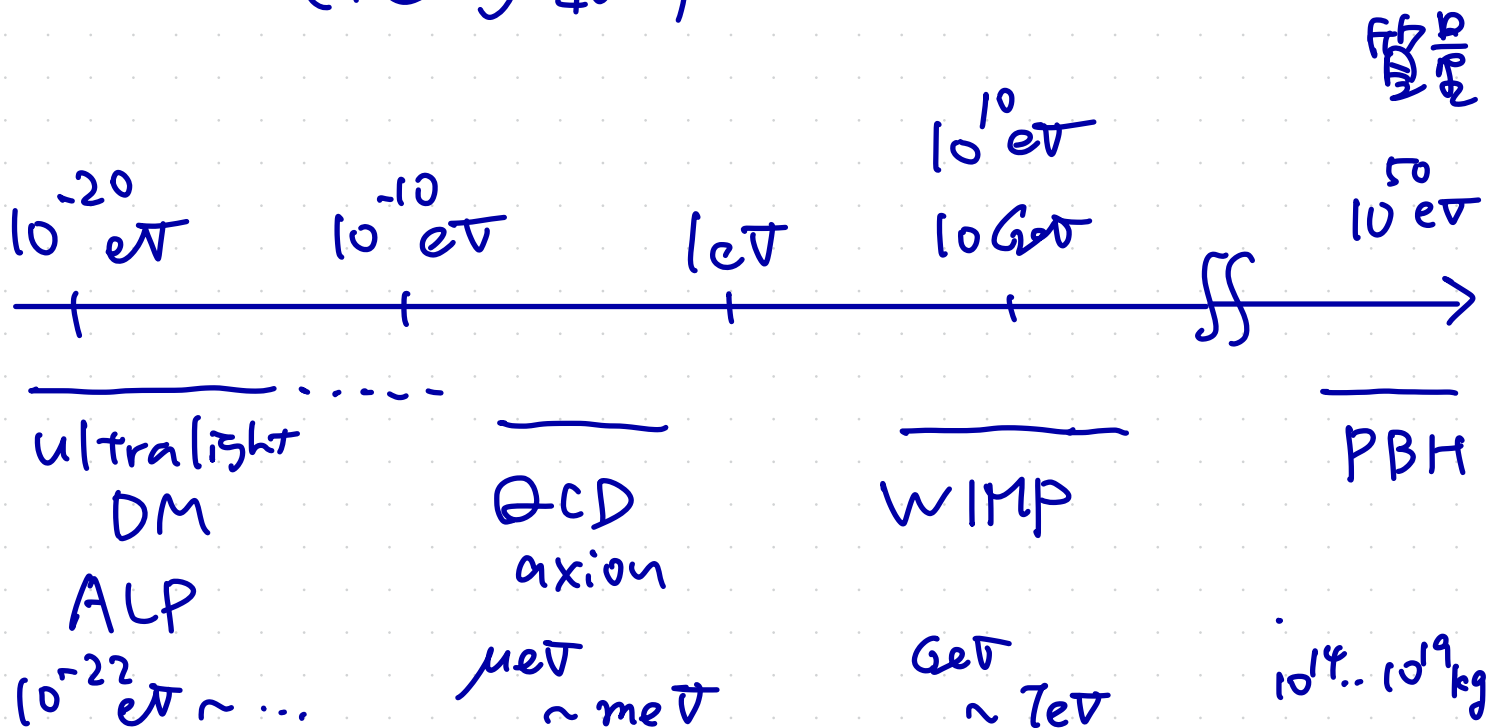
		① neutral	② 安定	③ Cold
quark		No		
lepton	e, μ , τ	No		
	ν	Yes	Yes	No
gauge boson	W, Z	No		
	g	Yes	Yes	No
Higgs		Yes	No	

標準模型を超える物理が必要。

DM候補

- WIMP Weakly Interacting Massive Particle
($\rightarrow$ 20年後 5.3 2...)
- QCD axion
 $\rightarrow$ string version
ALPs = Axion-Like Particle
- 原始宇宙からの生成

(他多数)



S.3 WIMP

Weakly Interacting Massive Particle

SM (標準模型) の
電弱相互作用のみ

($\alpha \sim 0.01$) の相互作用

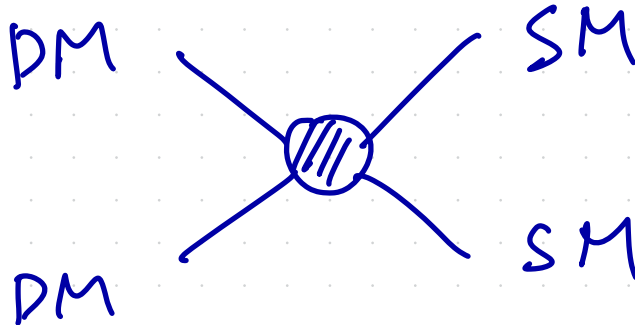
2. SM 粒子との相互作用

質量

GeV

~ 100

< 1

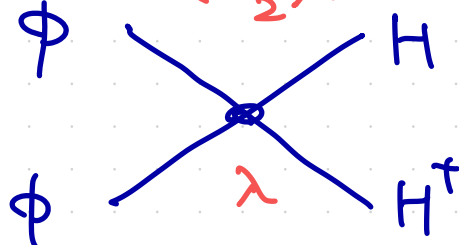


(3.1) Higgs-portal DM : ϕ

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{1}{2} \phi^2 (H^\dagger H)$$

$-\frac{1}{2}\lambda$ (訂正)

SM Higgs

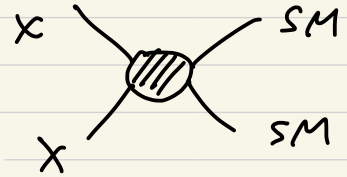


DM relic

ここから
考察は長くなる

仮定

- DM X
- mass m
- 安定
- SM 粒子に 対消滅 2-粒子

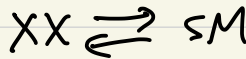


$X \propto$ 数密度

S : 相互作用-密度

$$\frac{n_X}{S}$$

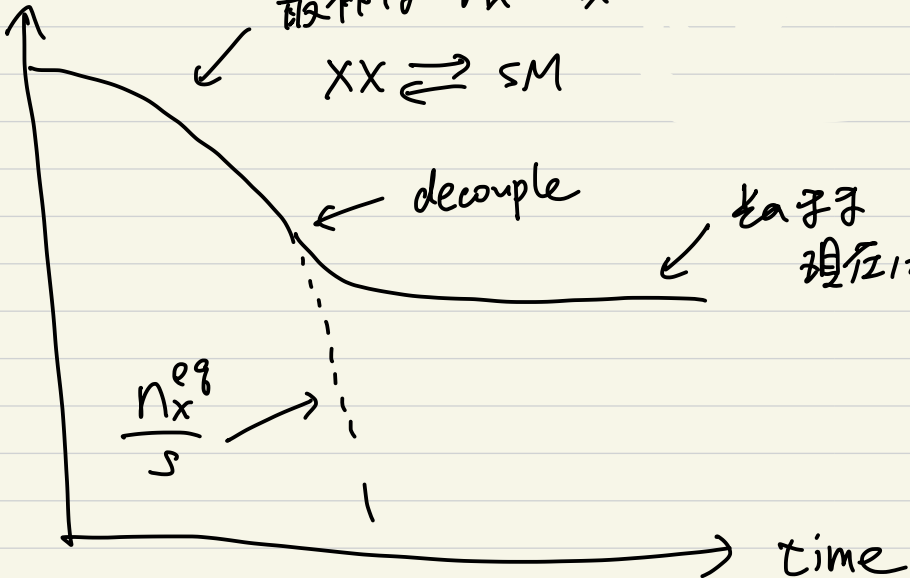
最初 $n_X = n_X^{eq}$



decouple

光子
現在に至る

$$\frac{n_X^{eq}}{S}$$



$\frac{n_x}{S}$ ← 何?

何? ... 粒子数?

n_x ... 数密度

何? ... 宇宙膨張?

$$n_x \propto a^{-3}$$

25-12-27 -

→ n_x の時間発展を 2 の子

述べるのは不便

→ 同じく $\propto a^{-3}$ と変化可能な量

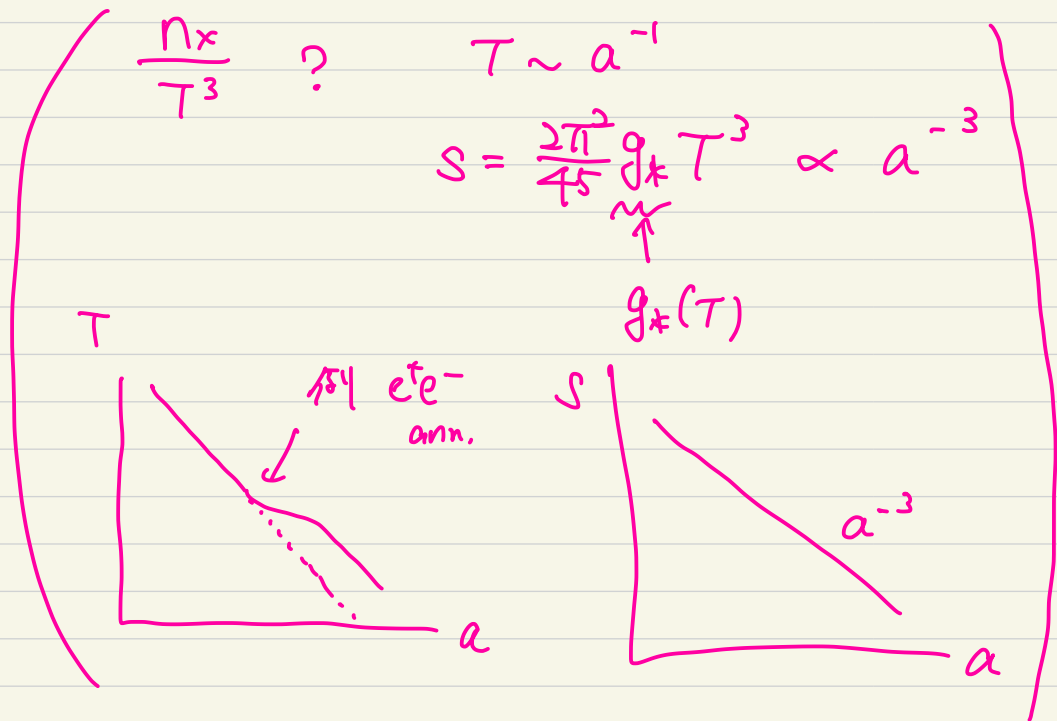
... 2 の子 ... と便利

$$S = \frac{2\pi^2}{45} g_* T^3 \dots \text{Intro - 27-12-27}$$

X -number pr. $\frac{1}{a^3}$

$$\left(\begin{array}{l} \eta_X \propto a^{-3} \\ S \propto a^{-3} \end{array} \right. \quad \frac{\eta_X}{S} = \text{const}$$

(comoving vol. 数)



現在の密度

$$p_{x,0} = m_x n_{x,0} = m_x S_0 \left(\frac{n_{x,0}}{S_0} \right)$$

↑ 現在

$$= m_x S_0 \left(\frac{n_x}{S} \right)_{\text{deouple}}$$

↑ 保存

これと計算可能。

$$p_{x,0} = p_{\text{DM, obs}} \quad \text{と何の条件?}$$

▶ X の分布関数 $f_x(p_x, t)$

($\text{カ} = 1 = \text{aT} = 0$ の X の自由度は $u = 1$ /
(スカラー 粒子 / 反粒子)
real scalar は自由度 1.)

もし熱浴に $\lambda \gg 1$ ならば

$$f_x = f_x^{\text{eq}} = \frac{1}{e^{E_x/T} \pm 1}$$

momentum space $\sim p_x \sim p_x + dp_x$ 1243

X の数密度

$$dn_x = \underbrace{\frac{d^3 p_x}{(2\pi)^3}}_{[dp_x]} f_x(p_x, t)$$

▶ 打消滅 $\overbrace{X(P_1) + X(P_2)}^{SM} \rightarrow a + b$

の断面積 Sec. 3.3 2-4, 式 (130) !! 式 (130) ※と役に
立, $P_2 \dots$

$$\sigma_{ann}(P_1 P_2 \rightarrow a, b) = \frac{1}{2E_1 \cdot 2E_2 v_{rel}}$$

$$\times \int \frac{[dP_a]}{2E_a} \frac{[dP_b]}{2E_b} (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - P_a - P_b)$$

$$\times |\mathcal{M}(P_1 P_2 \rightarrow P_a P_b)|^2$$

▶ momentum P_1 の X の 打消滅 可
time scale

$$(\Delta t)^{-1} = \underbrace{\int [dP_2] f_X(P_2, t)}_{\text{target a momentum}} \times \sigma_{ann}(P_1 P_2 \rightarrow ab) \times v_{rel}$$

2- 計算

$(\Delta t)^{-1} \sim n \sigma v$
 Sec. 3.3
 の (127) 式 あり

f.2.

$$\left. \frac{d}{dt} f_x(p, t) \right|_{ann} = - \underbrace{(\Delta t)^{-1}}_{\text{打消或0效果}} \cdot f_x(p, t)$$

▶ 両辺 $\int [dp_1] \propto 2$

$$\left. \frac{d}{dt} n_x(t) \right|_{ann} = - \int [dp_1] [dp_2] f_x(p_1, t) f_x(p_2, t)$$

$$\sigma_{ann}(p_1 p_2 \rightarrow ab) \propto_{rel}$$

6/17 手2..

(2)

▶ 次は 逆過程 $a+b \rightarrow X \cdot X$ $\propto \frac{1}{s} \propto 3$

$$\sigma(a(p_a) + b(p_b) \rightarrow X X)$$

$$= \frac{1}{2E_a 2E_b \mathcal{V}_{rel}} \int \frac{[dp_1]}{2E_1} \frac{[dp_2]}{2E_2} (2\pi)^4 \int (p_a^\dagger p_b - p_1^\dagger p_2)$$

$$|\mathcal{M}(p_a p_b \rightarrow p_1 p_2)|^2$$

▶ f.2 単位時間当たりの単位体積当たりに

あらい

6/24 ココから ↓

3. QFT

4. Cosmology

5. Dark Matter

5.1 DMa 証拠

5.2 DM の条件・候補

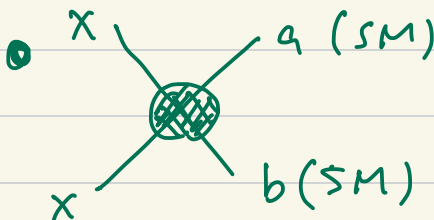
5.3 WIMP 熱的残存量の計算

今ココで途中

• DM X : 質量 m

• $f_X(\vec{p}, t)$: DM X の運動量分布

•
$$n_X(t) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_X(\vec{p}, t) \quad \text{DM } X$$



打消滅
annihilation.

• 打消滅: 2 単位時間当たり 1 に減る X は

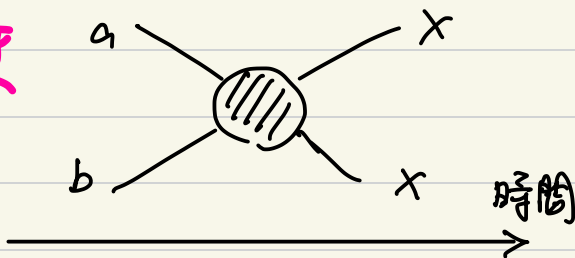
$$\left. \frac{d}{dt} n_X(t) \right|_{\text{ann.}} = - \int [dp_1] [dp_2] f_X(\vec{p}_1, t) f_X(\vec{p}_2, t) \times \sigma_{\text{ann}}(X(p_1) X(p_2) \rightarrow ab) v_{\text{rel}} \quad (2)$$

① 1.1.1. 微分断面積は

$$\sigma_{ann}(P_1 P_2 \rightarrow a, b) = \frac{1}{2E_1 \cdot 2E_2 v_{rel}} \times \int \frac{[dP_a]}{2E_a} \frac{[dP_b]}{2E_b} (2\pi)^4 \int \delta(P_1 + P_2 - P_a - P_b) \times |\mathcal{M}(P_1 P_2 \rightarrow P_a P_b)|^2 \quad (1)$$

$[dP] = \frac{d^3P}{(2\pi)^3}$

↓ ココから読む



▶ 次は 逆過程 $a+b \rightarrow X, X$ $\left(\begin{array}{l} \text{DMa 対生成} \\ E \neq \bar{E} \end{array} \right)$

$$\sigma(a(P_a) + b(P_b) \rightarrow X X) = \frac{1}{2E_a 2E_b v_{rel}} \int \frac{[dP_1]}{2E_1} \frac{[dP_2]}{2E_2} (2\pi)^4 \int \delta(P_a + P_b - P_1 - P_2) |\mathcal{M}(P_a P_b \rightarrow P_1 P_2)|^2$$

▶ §.2 単位時間当たり 単位体積当たり

3.23 X は

4.2.1

$$\frac{d}{dt} n_x \Big|_{\text{生成}} = \int [dP_a] f_a(P_a) \int [dP_b] f_b(P_b)$$

$$\sigma(P_a P_b \rightarrow xx) v_{\text{rel.}}$$

$$= \int \frac{[dP_a]}{2E_a} \int \frac{[dP_b]}{2E_b} \int \frac{[dP_1]}{2E_1} \int \frac{[dP_2]}{2E_2} f_a(P_a) f_b(P_b) \\ (2\pi)^4 \delta^4(P_a + P_b - P_1 - P_2) |\mathcal{M}(P_a P_b \rightarrow P_1 P_2)|^2$$

3

► a, b は SM 粒子 702... 熱浴に $\lambda, 2113$

$$f_a = f_a^{\text{eq}} = \frac{1}{e^{E_a/T} \pm 1}$$

ファインマンの

$$\simeq e^{-E_a/T} \text{ と近似}$$

($\mathcal{L}$ の h と $\bar{h}$, v と $\bar{v}$ が出る)

$$\text{732} \quad f_a^{\text{eq}}(E_a) f_b^{\text{eq}}(E_b)$$

$$- f \cdot f (1 \pm f'')(1 \pm f'') \\ + f'' \cdot f'' (1 \pm f)(1 \pm f)$$

$$= e^{-E_a/T} e^{-E_b/T}$$

$$= e^{-E_1/T} e^{-E_2/T} \quad \text{--- (4)}$$

$$= f_x^{eq}(P_1) f_x^{eq}(P_2) \quad \left(\begin{array}{l} \text{Xの熱平衡} \\ \text{分布に似た。} \end{array} \right)$$

(Note: $\delta(E_a + E_b - E_1 - E_2)$ is indicated with an arrow pointing to the second equation.)

▶ さらに ($\cancel{CP}$ 破壊あり)

$$|\mathcal{M}(P_a, P_b \rightarrow P_1, P_2)|^2 = |\mathcal{M}(P_1, P_2 \rightarrow P_a, P_b)|^2$$

--- (5)

(4)(5) を (3) に代入

$$\left. \frac{d}{dt} n_x \right|_{\vec{x}=\vec{x}_i} = (3) = \int [dP_1] [dP_2] f_x^{eq}(P_1) f_x^{eq}(P_2)$$

$$\times \frac{1}{2E_1 2E_2} \int \frac{[dP_a]}{2E_a} \frac{[dP_b]}{2E_b} (2\pi)^4 \int^{(4)} (\dots) |\mathcal{M}(P_1, P_2 \rightarrow ab)|^2$$

(1) 5) = $\sigma_{ann} v_{rel}$

▶ §.2 (2) と合わせ

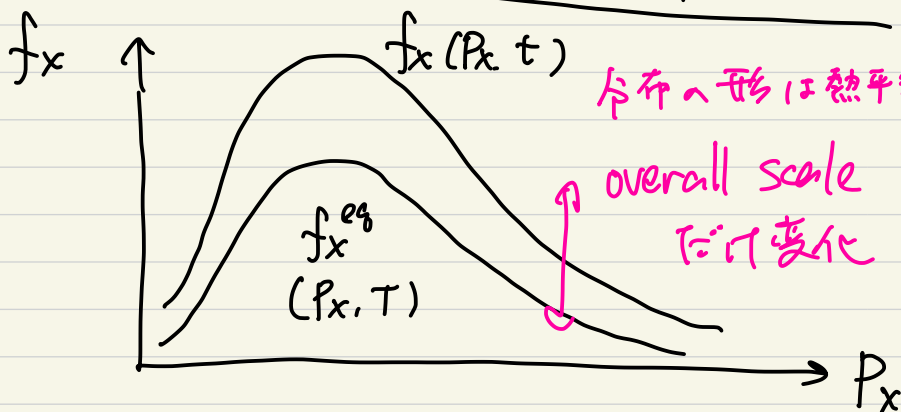
$$\frac{d}{dt} n_x = - \int [dP_1][dP_2] \left(f_x(P_1) f_x(P_2) - f_x^{eq}(P_1) f_x^{eq}(P_2) \right)$$

$\times \sigma_{ann}(P_1, P_2 \rightarrow a, b) v_{rel}$

(6)

▶ さらに

$$f_x(P_i, t) = f_x^{eq}(P_i) \frac{n_x(t)}{n_x^{eq}(T)} \quad \text{と仮定}$$

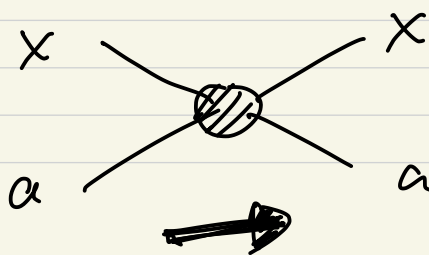


(7)

分布の形は熱平衡と同じ

overall scale
だけ変化

※ kinetic eq.



数は変わらない
p.e.
エネルギーの
やりとりあり

数に変わる反応より可なりと決まる
通常

▶ $T \ll T_F$ の $n_x^{eq}(T)$ は

$$n_x^{eq}(T) = \int [dp] f_x^{eq}(p, T)$$

$$\left(\begin{array}{l} \textcircled{1} \propto \text{両辺} \int [dp] \text{ 積分する} \\ \text{左辺} = n_x(T) \\ \text{右辺} = n_x^{eq}(T) \frac{n_x(T)}{n_x^{eq}(T)} = T_F \end{array} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} f_x^{eq}(T) \simeq e^{-E/T} \\ E = \sqrt{p^2 + m^2} \simeq m + \frac{p^2}{2m} \end{array} \right\} \begin{array}{l} T \ll m \\ \text{2nd order} \\ \text{近似} \end{array}$$

Σ (11.2)

$$\begin{aligned} n_x^{eq}(T) &\simeq \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} e^{-(m + \frac{p^2}{2m})/T} \\ &= e^{-m/T} \int \frac{4\pi p^2}{(2\pi)^3} dp e^{-\frac{p^2}{2mT}} \end{aligned}$$

$$x = \frac{p}{\sqrt{2mT}} \quad \rightarrow \quad e^{-m/T} \frac{1}{2\pi^2} (\sqrt{2mT})^3 \underbrace{\int dx x^2 e^{-x^2}}_{\sqrt{\pi}/4}$$

$$= \frac{T^3}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{m}{T}\right)^{3/2} e^{-m/T} \quad (\delta)$$

▶ 2. (7) の $f_x(p, t) = \frac{n_x(t)}{n_x^{eq}(T)} f_x^{eq}(p, T)$

と仮定すると (6) 式で

$$\underbrace{f_x(p_1, t) f_x(p_2, t)}_{\text{相互作用}} = \underbrace{f_x^{eq}(p_1, T) f_x^{eq}(p_2, T)}_{\text{相互作用}}$$

$$= \left(\frac{n_x(t)}{n_x^{eq}(T)} \right)^2 f_x^{eq}(p_1, T) f_x^{eq}(p_2, T) - f_x^{eq}(p_1, T) f_x^{eq}(p_2, T)$$

$$= \frac{f_x^{eq}(p_1, T) f_x^{eq}(p_2, T)}{\underbrace{(n_x^{eq}(T))^2}_{p_1, p_2 \text{ に関わらず}}}} (n_x(t)^2 - n_x^{eq}(T)^2)$$

p_1, p_2 に関わらず

∴ $T(t) = T$

知りたかったのは

この時間発展

⑥ $12 \propto \lambda^2$

$$\frac{d}{dt} n_x = - \frac{\int [dP_1][dP_2] f_x^{eq}(P_1) f_x^{eq}(P_2) \sigma_{ann} v_{rel}}{(n_x^{eq})^2}$$

$P_1, P_2 \rightarrow$ 依 $\vec{P}$

///

$$\langle \sigma_{ann} v_{rel} \rangle (T) \times (n_x^2 - n_x^{eq^2})$$

thermally averaged
cross section

$$= - \langle \sigma_{ann} v_{rel} \rangle (n_x^2 - n_x^{eq^2})$$

▶ 宇宙膨張の効果 $\propto \lambda^2$

$$\left(\begin{array}{l} \text{何もかも} \propto a^{-3} \\ \dot{n}_x = -3H n_x \end{array} \right)$$

$$\left(H = \frac{\dot{a}}{a} \right)$$

$$\dot{n}_x + 3H n_x = -\langle \sigma_{ann} v \rangle (n_x^2 - n_x^{eq^2})$$

DM の Boltzman eq

残存量計算の

導出 2.3.1 !!

① $n_x(t)$: DM x の数密度

② $\dot{n}_x(t) = \frac{d}{dt} n_x(t)$, t : 時間

③ $H(t)$: ハッブルパラメータ

④ $\langle \sigma_{ann} v \rangle(T)$: 熱平均化して
DM 消滅断面積

⑤ T : 温度

$$n_x^{eq}(T) = \frac{T^3}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{m}{T}\right)^{3/2} e^{-m/T}$$

▶ 実際は訂正(20%)

無次元化.

$$\textcircled{1} \quad Y_x = \frac{n_x}{S}$$

(g_* は §4.2 2. 出 2.1 に
如)

$$S = \frac{2\pi^2}{45} g_* T^3 \quad T = \text{温度}$$

g'_* とおく

$$\left(\begin{array}{l} S a^3 = \text{一定 (エネルギー保存)} \quad S \propto a^{-3} \\ 0 = \frac{d}{dt}(S a^3) = \dot{S} a^3 + S \frac{da^3}{dt} \\ \therefore \dot{S} a^3 + 3a^3 H S = 0 \quad \begin{array}{l} \sim 3a^2 \dot{a} \\ = 3a^3 H \end{array} \\ \therefore \dot{S} + 3HS = 0 \quad \left(H = \frac{\dot{a}}{a} \right) \end{array} \right)$$

$$\therefore \dot{n}_x + 3H n_x$$

$$= \frac{d}{dt}(Y_x S) + 3H(Y_x S)$$

$$= \dot{Y}_x S + \underbrace{Y_x \dot{S} + 3H Y_x S}_{=0}$$

§ 2 Boltzmann eq (A) は

$$\dot{Y}_X s = - \langle \sigma_{ann} v \rangle \left((Y_X^{eq} s)^2 - (Y_X s)^2 \right)$$

$$\dot{Y}_X = - \langle \sigma_{ann} v \rangle s (Y_X^{eq 2} - Y_X^2) \quad (B)$$

$$Y_X^{eq} = \frac{n_X^{eq}}{s}$$

- 今: 時間発展も無次元化

$$z = \frac{m}{T}$$

radiation dominated 宇宙 ($T \gg 1 \text{ eV}$)
 と仮定して § 4.2 2. 導出した式を使う

$t \leftrightarrow T$ の関係

$$\frac{\pi^2}{30} g_* T^4 = \rho_{rad} = 3 M_{pl}^2 H^2 = 3 M_{pl}^2 \left(\frac{1}{2t} \right)^2$$

$$\therefore \underbrace{\frac{2\pi^2}{45} g_*}_{= g'} T^4 = \frac{M_{pl}^2}{t^2}$$

$$\therefore t = \frac{M_{Pl}}{\sqrt{g'} T^2}$$

$$\therefore \frac{dt}{dT} = - \frac{2 M_{Pl}}{\sqrt{g'}} \frac{1}{T^3}$$

$$f.2 \quad \frac{d}{dt} = \frac{dT}{dt} \frac{dz}{dT} \frac{d}{dz} \quad z = \frac{m}{T}$$

$$= \frac{-\sqrt{g'}}{2 M_{Pl}} T^3 \cdot \frac{-m}{T^2} \cdot \frac{d}{dz}$$

$$= \frac{\sqrt{g'} \cdot m^2}{2 M_{Pl}} \frac{1}{z} \frac{d}{dz}$$

講義後
訂正

$$S = g' T^3 = g' m^3 \left(\frac{1}{z^3} \right)$$

$$\chi_x^{eq} = \frac{n_x^{eq}}{S} = \frac{1}{g' T^3} \frac{T^3}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{m}{T} \right)^{3/2} e^{-m/T}$$

$$= \frac{1}{g' (2\pi)^{3/2}} z^{3/2} e^{-z}$$

► f.2 (B) (7)

$$\frac{\sqrt{g'} \cdot m^2}{M_{Pl}} z \frac{d}{dz} \chi_x = - \langle \sigma_{ann} U \rangle g' m^3 \frac{1}{z^3} (\chi_x^2 - \chi_x^{eq^2})$$

$$\therefore \frac{d}{dz} \chi_x = - \underbrace{m M_{Pl} \langle \sigma_{ann} U \rangle}_{\text{無次元量}} \frac{\sqrt{g'}}{z^2} (\chi_x^2 - \chi_x^{eq^2})$$

(長度)² × (質量)²

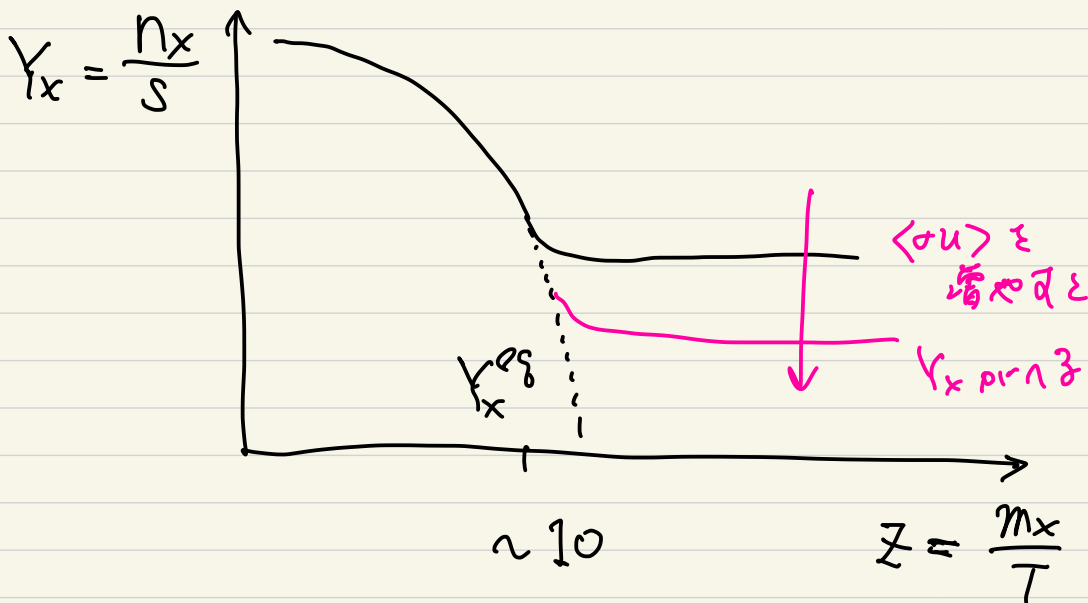
(C)

$$T \approx T_c \left\{ \begin{aligned} g' &= \frac{2\pi^2}{45} g_* \approx 0.44 g_* \\ \Gamma_x^{eq} &= \frac{1}{g' (2\pi)^{3/2}} z^{3/2} e^{-z} \\ &\approx \frac{0.14}{g_*} z^{3/2} e^{-z} \end{aligned} \right.$$

これに代入すると・・・

数値計算をマシンのテストレーションのように
思いこんでいると、2.0の可成り準備の
間に合いませんよと2.0に

数値計算が得意な人は
是非や、2.0と2.5を



$$Y_x(z \rightarrow \infty) \simeq \frac{1}{m_x M_{\text{pe}} \langle \sigma u \rangle} \left(+ \log \text{ corr.} \right)$$

§ 2

$$\Omega_{x,0} = \frac{\rho_{x,0}}{\rho_{\text{crit},0}} = \frac{m_x n_{x,0}}{\rho_{\text{crit},0}}$$

$$= m_x \left(\frac{n_x}{s} \right)_0 \frac{1}{(\rho_{\text{crit}}/s)_0}$$

$$\simeq \frac{1}{M_{pl} \langle \sigma v \rangle} \frac{1}{1.8 \times 10^{-9} \text{ GeV}}$$

$$\simeq 0.2 \left(\frac{1 \text{ pb}}{\langle \sigma v \rangle} \right)$$

つまり

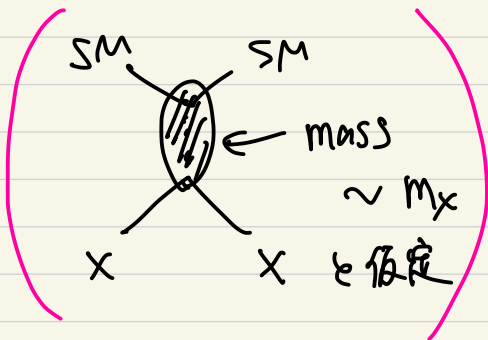
$$\Omega_{X,0} \simeq \Omega_{DM}^{obs} \simeq 0.3$$

$$\iff \underline{\langle \sigma_{ann} v \rangle \sim 1 \text{ pb}}$$

weak scale mass

weak coupling

$$\sigma_{ann} v \simeq \frac{\mathcal{O}(\alpha^2)}{m_X^2} \sim 1 \text{ pb}$$



↑
100 GeV
~ TeV

ちうと
高い!!

"WIMP
ミラクル"

↓ 7/1 (※) 3303

§ 5.4 (131) Higgs-portal DM

最もシンプル / minimal は WIMP DM

"minimal DM"

"simplest DM"

- [4] V. Silveira and A. Zee, *Phys. Lett. B* **161**, 136 (1985).
- [5] J. McDonald, *Phys. Rev. D* **50**, 3637 (1994), [arXiv:hep-ph/0702143](#).
- [6] C. P. Burgess, M. Pospelov, and T. ter Veldhuis, *Nucl. Phys. B* **619**, 709 (2001), [arXiv:hep-ph/0011335](#).

▶ DM χ : $2\chi^0 \approx 0$ (2粒子-粒子) と仮定

▶ Higgs H : SM 2粒子 - の 2粒子-粒子
($2\chi^0 \approx 0$)

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM}$$

$$+ \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi^2$$

$$- \frac{1}{2} \lambda_{\phi H} (H^\dagger H) \phi^2$$

= 1/2 $\chi^0 \chi^0$!!

あ、30
 $\approx 2\chi^0 \chi^0$!!

cf. 3.3 節

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi^2 - \frac{1}{4} \lambda \underbrace{\mathcal{S}^2 \phi^2}$$

$\mathcal{S} < 1/2$!!

$\mathcal{S}_\phi$ と $\mathcal{S}_{\phi H}$ の違い

$$\begin{array}{ccc} -\frac{1}{4} \lambda \mathcal{S}^2 \phi^2 & \longrightarrow & -\frac{1}{2} \lambda_{\phi H} (H^\dagger H) \phi^2 \\ (3.3 \text{ 節}) & & (\text{今回}) \end{array}$$

Higgs は $\left\{ \begin{array}{l} \text{複素スカラー場} \\ \text{SU(2) doublet} \end{array} \right. \rightarrow (\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4)$

$$H = \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} S_1 + iS_2 \\ S_3 + iS_4 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} S_1 \sim S_4 \\ \text{実スカラー場} \end{array}$$

$$\therefore H^\dagger = (H_1^\dagger, H_2^\dagger) = \frac{1}{\sqrt{2}} (S_1 - iS_2, S_3 - iS_4)$$

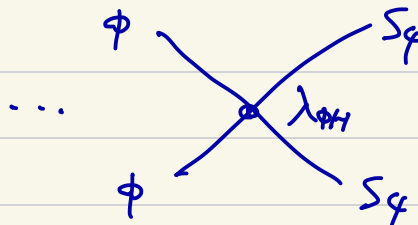
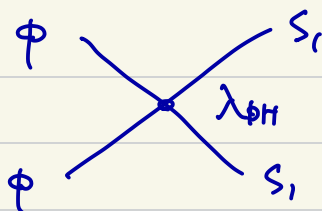
$$\therefore H^\dagger H = \frac{1}{2} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2)$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \lambda_{\phi H} (H^\dagger H) \phi^2$$

$$= -\frac{1}{4} \lambda_{\phi H} \left(\sum_{k=1}^4 S_k^2 \right) \phi^2$$



つまり



対消滅の終状態は 4通り (4倍)



$\mathcal{L} \sim \mathcal{O}(1)$

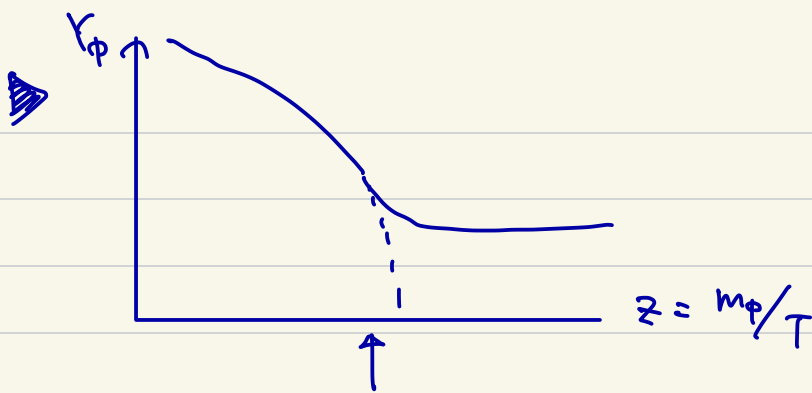
$$\sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} (\phi(p_1) \phi(p_2) \rightarrow H^\dagger H)$$

$$= 4 \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} (\phi(p_1) \phi(p_2) \rightarrow S_1 S_1)$$

$$\simeq 4 \times \left(\begin{array}{l} 3.3 \text{ 倍の } 166 \text{ 式 } 2 \times \\ \lambda \rightarrow \lambda_{\phi H} \text{ と } \mathcal{L} \neq 0 \end{array} \right) \times v_{\text{rel}}$$

$$\simeq \frac{\lambda_{\phi H}}{16\pi} \frac{\beta_S}{E_{p_1}^2}, \quad \beta_S \simeq \sqrt{1 - \frac{m_S^2}{E_{p_1}^2}}$$

$$\left(\begin{array}{l} \times: \text{これは } SU(2) \times U(1) \text{ の破れを考慮して} \\ \text{必要かもしれない } m_\phi \gg m_H \simeq 125 \text{ GeV} \\ \text{2. は無視できる.} \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{l} \text{2. は無視できる.} \\ \text{2. は無視できる.} \end{array} \right)$$



$$\therefore z \sim 20$$

$$T \sim \frac{1}{20} m_\phi \quad \text{if } z \sim 20$$

$$\phi \text{ is non-relativistic, } E_{p1} = \sqrt{m_\phi^2 + p_1^2} \simeq m_\phi$$

$$\text{if } z \sim 20 \quad m_\phi \gg m_s$$

$$\rightarrow \beta_s \simeq 1$$

$$\text{f.2} \quad \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} (\phi\phi \rightarrow H^\dagger H) \simeq \frac{\lambda_{\phi H}^2}{16\pi m_\phi^2}$$

p-independent if $z \sim 20$ (thermal average) $\rightarrow \langle \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} \rangle$

$$\boxed{\langle \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} \rangle \simeq \frac{\lambda_{\phi H}^2}{16\pi m_\phi^2}}$$

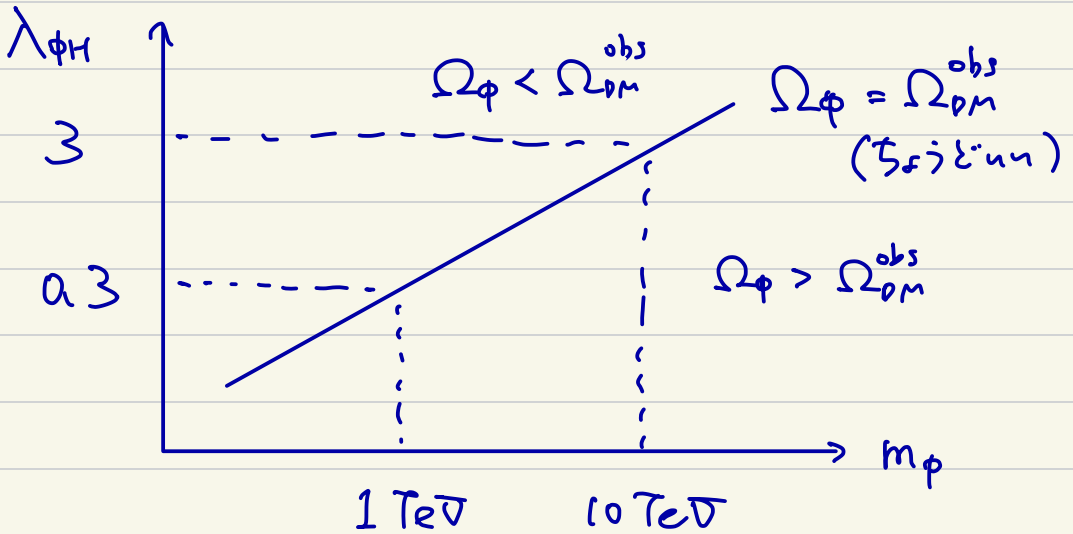
→ 5.3 f.1) $\Omega_{\text{DM}}^{\text{obs}} \simeq 0.3$ is explained if $z \sim 20$

$$\langle \sigma_{\text{ann}} v_{\text{rel}} \rangle \Big|_{\text{thermal relic}} \simeq 1 \text{ pb}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_{\phi H}^2}{16\pi m_\phi^2} \simeq 1 \text{ pb}$$

$$\Leftrightarrow \lambda_{\phi H} \simeq \sqrt{1 \text{ pb} \times 16\pi m_\phi^2}$$

$$\simeq 0.3 \left(\frac{m_\phi}{1 \text{ TeV}} \right)$$



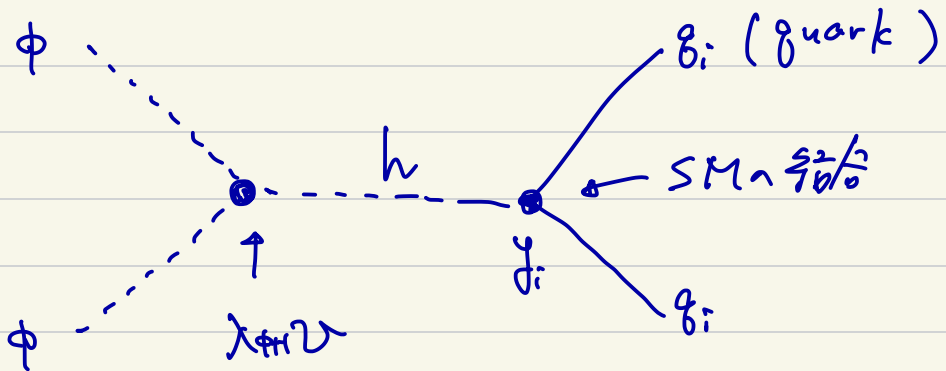
▶ $\epsilon = 3, 2, \dots$

同 v $\lambda_{\phi H}$ 結合 ϕ DM 検出にも
 $\lambda_{\phi H} v < 3$

$$H \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v+h \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\leftarrow$ v, h と h のように展開
 v は Higgs の
 真空期待値

$$\begin{aligned}
 &\rightarrow -\frac{1}{2} \lambda_{\phi H} (H^\dagger H) \phi^2 \\
 &= -\frac{1}{4} \lambda_{\phi H} (v+h)^2 \phi^2 \\
 &= -\frac{1}{2} (\lambda_{\phi H} v) h \phi^2 + \dots
 \end{aligned}$$



(2つう-場は点線 $\lambda_{\phi H} v$ は実線 $2-\text{番} < 3$ の ϕ の $\lambda_{\phi H}$)



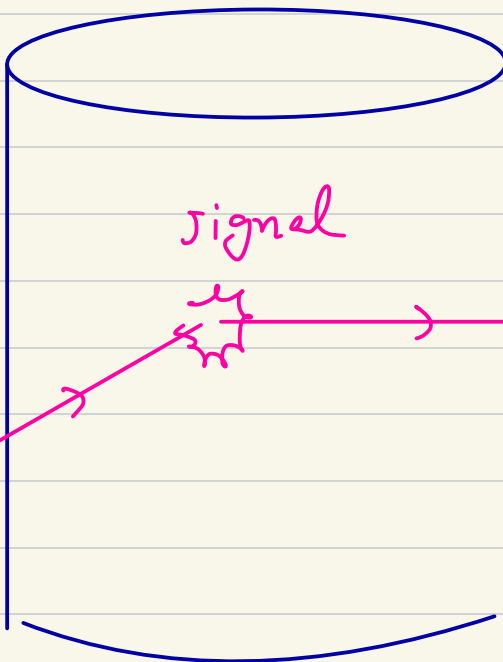
$$\sigma(\phi N \rightarrow \phi N)$$

$$= \frac{\lambda_{\phi h}^2 f_N^2}{4\pi} \left(\frac{m_N}{m_h} \right)^4 \frac{1}{(m_\phi + m_N)^2}$$

$$f_N \approx 0.3$$

$$m_N = 0.94 \text{ GeV}$$

$$m_h = 125 \text{ GeV}$$

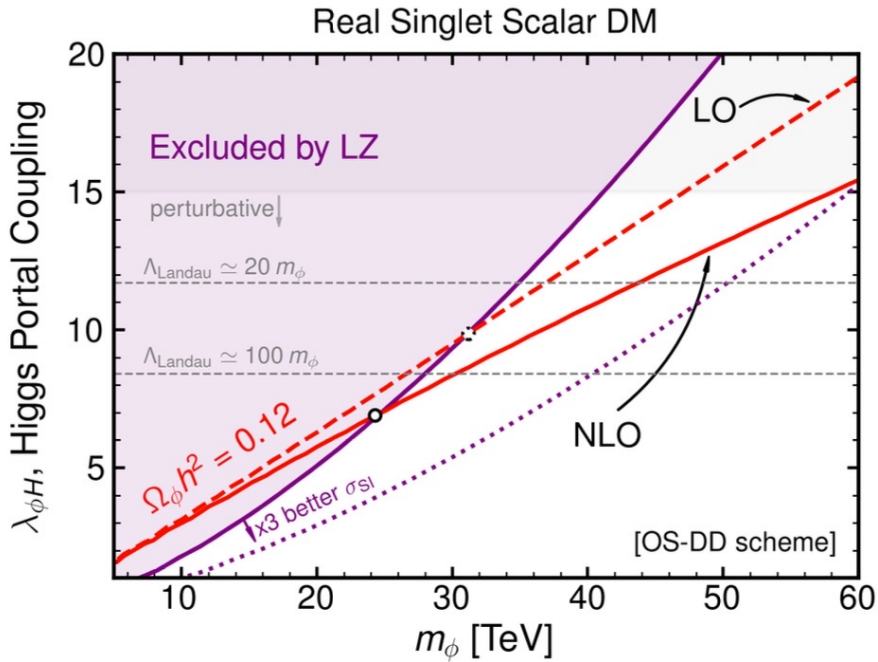


DM 検出実験

日本語解説記事「宇宙のダークマター直接探索の現状」

https://www.jstage.jst.go.jp/article/butsuri/75/2/75_68/_article/-char/ja/

▶ loop 補正も加味した最新の結果



<https://arxiv.org/abs/2505.02408>

(2次元のDMは23%しかない)

minimal DM model は 17% しかない