

補足

ニートリ / 振動について

7/4 (火) の講義では黒板で再現しようとして
グダグダになってしまっていました。。

まず量子力学の復習から...

▶ ハミルトニアン $\hat{H}$ と、そのエネルギー
固有状態が 2 つあるとする。

$$\begin{cases} |1\rangle : & \hat{H} |1\rangle = E_1 |1\rangle, \\ |2\rangle : & \hat{H} |2\rangle = E_2 |2\rangle, \end{cases} \quad E_1 \neq E_2.$$

$|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ は規格化されているとする ($\langle 1|1\rangle = \langle 2|2\rangle = 1, \langle 1|2\rangle = 0$)

▶ このとき

$$\begin{aligned} |\psi_1(t)\rangle &= e^{-iE_1 t/\hbar} |1\rangle, \\ |\psi_2(t)\rangle &= e^{-iE_2 t/\hbar} |2\rangle, \end{aligned}$$

はそれぞれシュレディンガー方程式の解になっている。

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi_n(t)\rangle = \hat{H} |\psi_n(t)\rangle \quad (n = 1, 2).$$

▶ 初期状態として

$$|\psi(t=0)\rangle = \underbrace{\cos \theta |1\rangle + \sin \theta |2\rangle}_{\equiv |\alpha\rangle} \quad \text{を考えると...}$$

時刻 t での状態は、

$$|\psi(t)\rangle = \cos \theta \underbrace{e^{-i(E_1/\hbar)t}}_{e^{-i\omega_1 t}} |1\rangle + \sin \theta \underbrace{e^{-i(E_2/\hbar)t}}_{e^{-i\omega_2 t}} |2\rangle$$



時刻 t で測定を行って、元の状態 $|\alpha\rangle$ が観測される確率は

$$\begin{aligned} P(\alpha \rightarrow \alpha; t) &= |\langle \alpha | \psi(t) \rangle|^2 \\ &= |(\cos \theta \langle 1| + \sin \theta \langle 2|) (\cos \theta e^{-i\omega_1 t} |1\rangle + \sin \theta e^{-i\omega_2 t} |2\rangle)|^2 \\ &= \left| \cos^2 \theta e^{-i\omega_1 t} \underbrace{\langle 1|1\rangle}_{=1} + \sin^2 \theta e^{-i\omega_2 t} \underbrace{\langle 2|2\rangle}_{=1} \right|^2 \\ &= \left| \underbrace{e^{-i\omega_2 t}}_{|\dots|=1} \left(\cos^2 \theta \underbrace{e^{i(\omega_2 - \omega_1)t}}_{\equiv e^{i\omega_{21}t}} + \sin^2 \theta \right) \right|^2 \\ &\quad \quad \quad = \cos \omega_{21} t + i \sin \omega_{21} t \\ &= |\cos^2 \theta \cos \omega_{21} t + \sin^2 \theta + i \cos^2 \theta \sin \omega_{21} t|^2 \\ &= (\cos^2 \theta \cos \omega_{21} t + \sin^2 \theta)^2 + (\cos^2 \theta \sin \omega_{21} t)^2 \\ &= 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\omega_{21}}{2} t \right). \end{aligned}$$



● 以上の結果をニュートリノ振動の場合に適用すると...

例) $|\nu_\mu\rangle = \cos\theta |\nu_1\rangle + \sin\theta |\nu_2\rangle$

μ -ニュートリノ

$1, 2$ -flavor $\propto$ 質量固有状態

★ 式で

$$\omega_{21} = E_2 - E_1$$

$\hbar = c = 1$. 自然単位系.

$$= \sqrt{p^2 + m_2^2} - \sqrt{p^2 + m_1^2} \quad (m_i \text{ は } |\nu_i\rangle \text{ の質量})$$

$$\approx \left(p + \frac{m_2^2}{2p}\right) - \left(p + \frac{m_1^2}{2p}\right) \quad (p \gg m_i)$$

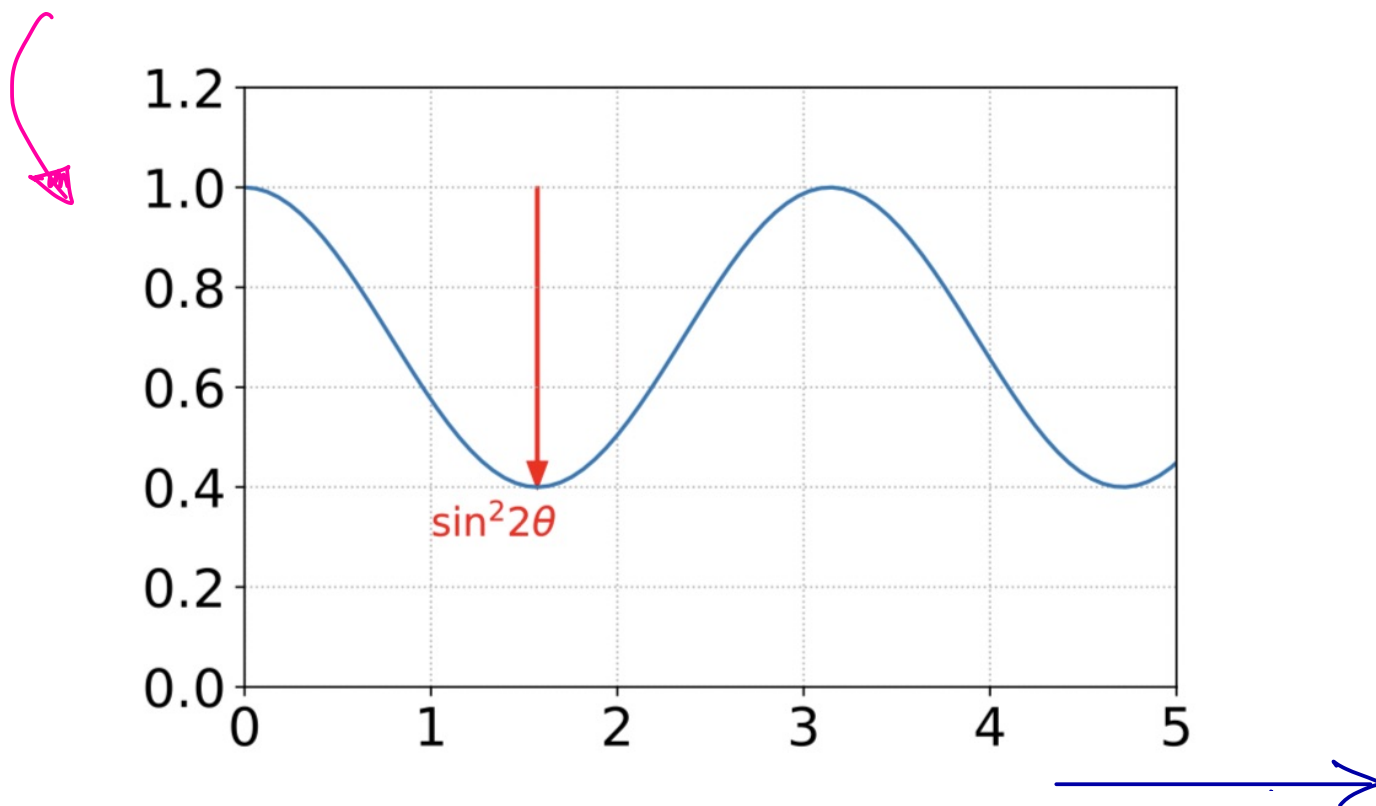
$$\approx \frac{m_2^2 - m_1^2}{2E} \quad (p \hat{=} E)$$

☆ 式 $\rightarrow \lambda \propto 1/E$

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu, t) = 1 - \sin^2 2\theta \cdot \sin^2 \left(\frac{m_2^2 - m_1^2}{4E} L \right)$$

$\rightarrow$ 時間 t の長さ
 $\rightarrow$ 距離 L の長さ
 $\because L \approx ct$
 $\rightarrow$ 時間 t の長さ
 $\rightarrow$ 距離 L の長さ

μ ニュートリノとして作られた状態が
 μ ニュートリノとして観測される確率



$$X_{ij} = \frac{(m_i^2 - m_j^2)L}{4E} = 1.267 \frac{\Delta m_{ij}^2}{\text{eV}^2} \frac{L/E}{\text{m/MeV}}.$$