§E 宇宙の物質反物質非対称性とレプトジェネシス

§E-1. 宇宙の物質反物質非対称性

▶ obs. $\dfrac{n_B}{n_\gamma} \simeq 6\times10^{-10}.$ $\left(\begin{array}{l} \leftarrow \text{BBN} \\ \leftarrow \text{CMB} \end{array}\right.$

$$n_B = n_{\text{baryon}} - n_{\text{anti-baryon}}$$

$$\left(\begin{array}{ll} \text{現在は} & \gg \\ \text{early univ.} & \simeq \end{array}\right)$$

▶ インフレーションがあるので..

$$n_B = 0 \longrightarrow n_B \neq 0$$

$\boxed{\text{"Baryogenesis"}}$

サハロフ3条件.

(i) $\cancel{B}$.

(ii) $\cancel{C}$ & $\cancel{CP}$.

$$\Gamma(B=0\to B>0) \neq \Gamma(B=0\to B<0)$$

(iii) out-of-eq

$$B=0 \rightleftarrows B>0$$

色々なシナリオ

- Electroweak Baryogenesis
- Leptogenesis ←
- Affleck Dine Baryogenesis
- ⋮

§E-2 sphaleron & Leptogenesis

▶ Standard Model

baryon #, lepton #

- classical level: B & L are conserved
- quantum level: $\boxed{\text{B \& L are violated !!}}$

$$\partial_\mu j_B^\mu = \partial_\mu j_L^\mu = \frac{g_2^2}{64\pi^2} \underset{\overset{\shortparallel}{3}}{N_f} \, \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu}^{(a)} F_{\rho\sigma}^{(a)}$$

NOTE
$$\boxed{\begin{array}{c}(B-L) \text{ is conserved} \\ \partial_\mu (j_B^\mu - j_L^\mu) = 0\end{array}}$$

▶ 低温 ($T \lesssim 100$ GeV) では BやLの破れは小さい

$\left(T=0 \text{ では } \Gamma_{B,L} \propto e^{-16\pi^2/g_2^2} \sim 10^{-170} \right)$

が、高温 ($T \gtrsim 100$ GeV) では

(B−L)を保ちつつ BとLを破る process ("sphaleron process")

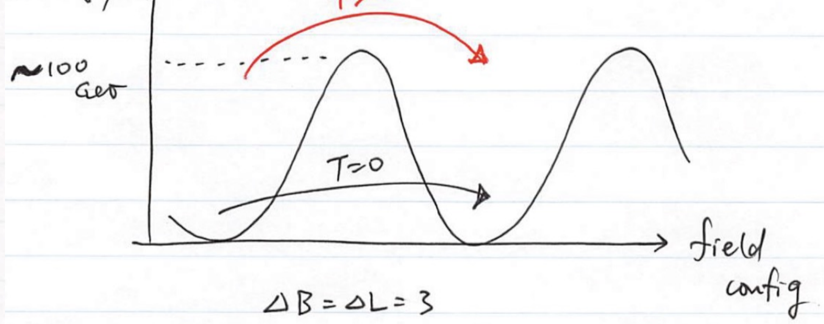
が thermal eq. に入っている

$\left(\Gamma_{\rm sphaleron} \gg H \quad \text{for } T > T_c \sim 100 \text{ GeV} \right)$

メモ: $0 < T < T_c$ では

$$\Gamma \propto e^{-M_{sph}/T}$$

$$M_{sph} \sim \frac{8\pi v(T)}{g_2}$$

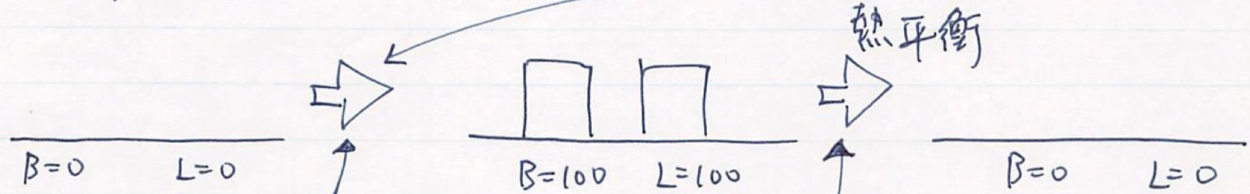


T=0 では suppress されているが、

$T \gtrsim 100$ GeV では suppress されていない。

▶ もし baryon数 が (B−L)-conserving process (例 simple な SU(5))

で作られたとすると ——



e.g SU(5)

$$\begin{pmatrix} X \to qq \\ \bar{X} \to q\ell \end{pmatrix}$$

sphaleron で消されてしまう!!

$$\boxed{\text{何か (B−L) を破る process が必要}}$$

サハロフの3条件の1つ目 (i) B-violation

→ (i)′ (B−L)-violation

[例外: EWBG, ADBG with Q-ball]

(電弱バリオジェネシス

▶ 直接 B を破らなくても

L の破れで十分.

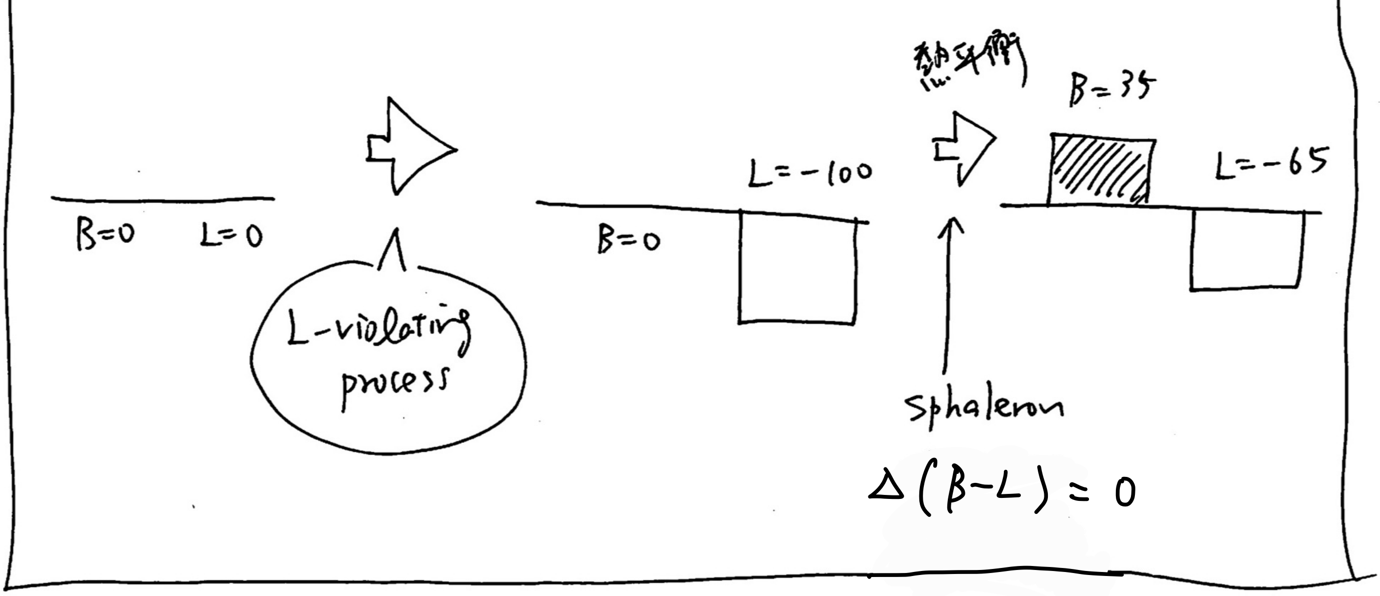
[§2-B seesaw

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} M_R \overline{N_R^c} N_R + y \bar{L}\cdot\tilde{\Phi} N_R + h.c.$$
]

Lepton # を破っている!!

Leptogenesis

Fukugita, Yanagida '86



▶ 中でも特に simple なのが

thermal leptogenesis

(他々 : non-thermal LG, AD-LG etc)

$\boxed{\text{仮定}}$ $\begin{cases} \mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} - \frac{1}{2} M \bar{N} N + y_\nu \bar{L} \tilde{\Phi} N + h.c \\ + \text{十分高い reheating temp} \end{cases}$ これだけ!!

$$\text{熱浴} \xrightarrow{\text{生成}} N_R \xrightarrow{\text{decay}} \begin{matrix} l + \phi \\ \bar{l} + \bar{\phi} \end{matrix} \quad n_L \neq 0 \xrightarrow{\text{sphaleron}} n_B \neq 0$$

§E-5 §E-4 §E-3

§E-3. B と L

▶ particle asymmetry

$$\Delta n_i \equiv n_i^{粒子} - n_i^{反粒子}$$

$$= g_i \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left(\frac{1}{e^{\frac{E-\mu_i}{T}} \pm 1} - \frac{1}{e^{\frac{E+\mu_i}{T}} \pm 1} \right)$$

+ : fermion
− : boson

$\boxed{\mu_i : \text{chemical potential}}$

$$= \frac{1}{3} g_i T^2 \mu_i \left(1 + \mathcal{O}\left(\left(\frac{\mu_i}{T}\right)^2\right) \right) \times \begin{cases} 1/2 & \text{fermion} \\ 1 & \text{boson.} \end{cases}$$

▶ Standard Model.

$i = q_k \ \bar{u}_k \ \bar{d}_k \ \ell_k. \ \bar{e}_k \ , \ \phi$

$(k = 1 \sim 3)$ Higgs

for $\mu_i \ll T$.

$$\begin{cases} n_B \equiv \sum_{k=1}^{3} \left(\frac{1}{3}\Delta n_{q_k} - \frac{1}{3}\Delta n_{\bar{u}_k} - \frac{1}{3}\Delta n_{\bar{d}_k} \right) \\ \quad = \frac{1}{6} T^2 \sum_k \left(2\mu_{q_k} - \mu_{\bar{u}_k} - \mu_{\bar{d}_k} \right) \\ n_L \equiv \sum_{k=1}^{3} \left(\Delta n_{\ell_k} - \Delta n_{\bar{e}_k} \right) \\ \quad = \frac{1}{6} T^2 \sum_k \left(2\mu_{\ell_k} - \mu_{\bar{e}_k} \right) \end{cases} \quad \text{(1)}$$

- chemical equilibrium.

$A+B \longleftrightarrow C+D$ に対して

$\mu_A + \mu_B = \mu_C + \mu_D$

◎ Yukawa interaction.

$$\begin{cases} \mu_\phi + \mu_{\ell k} + \mu_{\bar{e}_k} = 0 \\ -\mu_\phi + \mu_{q k} + \mu_{\bar{u}_m} = 0 \\ \mu_\phi + \mu_{q k} + \mu_{\bar{d}_m} = 0 \end{cases} \quad \text{— ②}$$

NOTE : CKM 混合により

$$\begin{cases} \mu_{q_1} = \mu_{q_2} = \mu_{q_3} \equiv \mu_q \\ \mu_{\bar{u}_1} = \cdots \equiv \mu_{\bar{u}} \\ \mu_{\bar{d}_1} = \cdots \equiv \mu_{\bar{d}} \end{cases}$$

◎ sphaleron.

$$\sum_{k=1}^{3} \left(\underset{\substack{\uparrow \\ \text{color}}}{3}\mu_{q k} + \mu_{\ell k} \right) = 0 \quad \text{— ③}$$

// $\sum_{i = \text{all SU(2) doublet fermion}} \mu_i$

- charge neutrality

$\sum_i (\Delta n_i Y_i) = 0$

$\longrightarrow \sum_k \left(\mu_{q k} - 2\mu_{\bar{u}} + \mu_{\bar{d}} - \mu_{\ell k} + \mu_{\bar{e}_k} \right) + 2\mu_\phi = 0$ — ④

▶ ①〜④より

$$n_B = -\frac{28}{51} n_L$$

$(B-L)$ が保存していることに注意して。

（※実は ②〜④ より
$\frac{1}{3}B - L_k$ ($k = e, \mu, \tau$)
が別々に保存。
今は和に注目。）

$$\boxed{\begin{aligned} n_B\Big|_{eq} &= C\,(n_B - n_L)_{eq} \\ &= C\,(n_B - n_L)\Big|_{initial} \quad \text{for } T \gtrsim 100\,\text{GeV} \end{aligned}}$$

$$C = \frac{28}{79} \simeq 0.35$$

▶ Leptogenesis では

$$\boxed{n_B\Big|_{eq} = -C\, n_L\Big|_{initial}}$$

6/27(火)
ここまで

↓ 7/4(火) ココから

§ E-4 CP-violating decay of R.H. ν

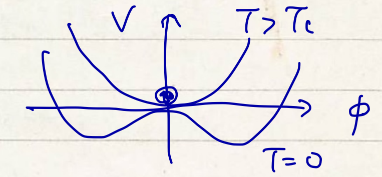
$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} M_i \underbrace{\overline{N^c_{Ri}}}_{\text{右巻ν (重い)}} N_{Ri} - y_{i\alpha} \underbrace{\bar{l}_\alpha}_{\text{SM lepton}} \cdot \underbrace{\tilde{\phi}}_{\text{Higgs}} N_{Ri} + h.c$$

$i = 1.2.3 \qquad M_1 < M_2 < M_3$

$\alpha = e.\mu.\tau \qquad$ lepton flavor

▶ 以下 N_{R1} の decay のみ考える

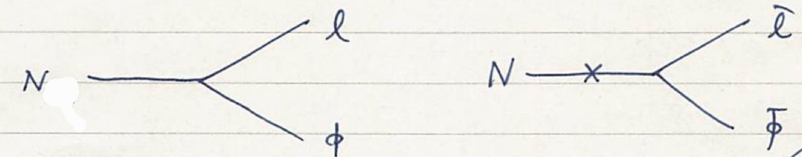
(• Higgs は期待値を持つ前



)

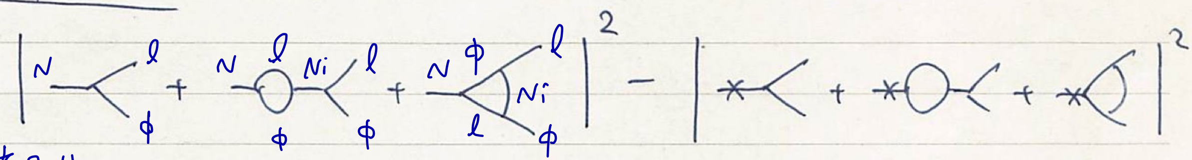
◎ tree level

$$\Gamma_{tree}(N_{R1} \to l_\alpha \phi) = \Gamma_{tree}(N_{R1} \to \bar{l}_\alpha \bar{\phi})$$



No Asymmetry

◎ 1-loop level



$\neq 0$

N_{R1} 1個当たり どれだけ L-asymmetry ができるか??

$$\epsilon_1 \equiv \frac{n_l - n_{\bar{l}}}{n_{N_{R1}}} = \frac{\Sigma_\alpha \Gamma(N_{R1} \to l_\alpha \phi) - \Sigma_\alpha \Gamma(N_{R1} \to \bar{l}_\alpha \bar{\phi})}{\text{〃} + \text{〃}}$$

(場の量子論の 1-loop 計算. 結構大変 略)

$= \cdots$

$$= -\frac{1}{8\pi} \sum_{j=2,3} \frac{\mathrm{Im}\left[(yy^\dagger)_{1j} (yy^\dagger)_{1j}\right]}{(yy^\dagger)_{11}} f\left(\frac{M_j^2}{M_1^2}\right) \quad \text{—— ①}$$

y = complex が必要 (CP が必要)

where $f(x) = \sqrt{x}\left(\frac{1}{x-1} - 1 + (x+1)\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right)$

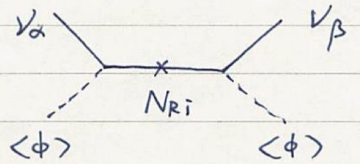
以下 $x \gg 1$

$M_1 \ll M_2, M_3$ を仮定すると

$$f\left(\frac{M_j^2}{M_1^2}\right) \simeq \frac{3}{2}\frac{M_1}{M_j} \quad \text{——} ②$$

さらに以下の関係式を用いる

◎ Seesaw formula



$\alpha, \beta = e, \mu, \tau$

$$(m_\nu)_{\alpha\beta} = -\sum_i y_{i\alpha}\frac{\langle\phi\rangle^2}{M_i} y_{i\beta} \quad ③$$

ν質量行列

◎ ν-mixing

$$(m_\nu)_{\alpha\beta} = U_{\alpha i}U_{\beta i}\, m_{\nu i}^{diag} \quad ④$$

$m_{\nu_3} > m_{\nu_2} > m_{\nu_1}$

Maki-Nakagawa-Sakata matrix

ν振動の観測あり

◎ $$\tilde{y}_{ij} \equiv y_{i\alpha}U^*_{\alpha j} \quad ⑤$$

M_i m_{ν_j}

ν振動って別途解説する?

▶ ①〜⑤ より (see eg. hep-ph/0212305)

$$\boxed{\begin{aligned}&\epsilon_1 = \frac{3}{16\pi}\frac{M_1}{\langle\phi\rangle^2} m_{\nu_3}\cdot\delta_{eff}\\[1em]&\text{where}\\&\delta_{eff} \equiv \frac{\mathrm{Im}\left[(\tilde{y}_{13})^2 + \frac{m_{\nu_2}}{m_{\nu_3}}(\tilde{y}_{12})^2 + \frac{m_{\nu_1}}{m_{\nu_3}}(\tilde{y}_{11})^2\right]}{|\tilde{y}_{13}|^2 + |\tilde{y}_{12}|^2 + |\tilde{y}_{11}|^2}\\[1em]&\text{Note}\quad |\delta_{eff}| \leq 1\end{aligned}}$$

Numerically $\quad \epsilon_1 = 1.0\times10^{-6}\left(\frac{M_1}{10^{10}\,\mathrm{GeV}}\right)\left(\frac{m_{\nu_3}}{0.05\,\mathrm{eV}}\right)\delta_{eff}.$

Higgs VEV

$\langle\phi\rangle \simeq 174$ GeV

とおいた

§ E-5 thermal leptogenesis

▶ もし N_{R1} が thermal bath に入っていて、

かつ $N_{R1} \to \begin{cases} l + \phi \\ \bar{l} + \bar{\phi} \end{cases}$ が

一瞬で起きて、その後 L-number violation

が一切なかったら

$$\left.\frac{n_B}{s}\right|_{\text{その場合}} = \left.\frac{n_{N_{R1}}}{s}\right|_{eq} \times \underset{\substack{\| \\ \epsilon_1 \\ \boxed{\S 2\text{-}E\text{-}4}}}{\frac{n_L}{n_{N_{R1}}}} \times \underset{\substack{\simeq \\ 0.35 \\ \boxed{\S 2\text{-}E\text{-}5}}}{\frac{n_B}{n_L}} \quad (1)$$

Comments

(i) $\frac{n_B}{n_\gamma}$ の代わりに $\frac{n_B}{s}$ を使う。

$$\left(\left.\frac{n_B}{s}\right|_{now} \simeq \frac{1}{7}\left.\frac{n_B}{n_\gamma}\right|_{now} \simeq 9 \times 10^{-11} \right)$$

$s = \frac{2\pi^2}{45} g_*(T)\, T^3$: エントロピー密度

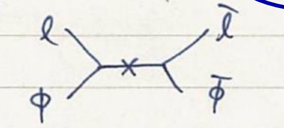
$g_*(T)$ の T-dependence まで考えると、
B-number が保存するとき
$$\begin{cases} \frac{n_B}{s} = \text{const} \\ \frac{n_B}{n_\gamma} \neq \text{const} \end{cases}$$

(ii)
$$\left.\frac{n_{N_{R1}}}{s}\right|_{eq} = \frac{\frac{3\zeta(3)}{4\pi^2} g_{N_{R1}} T^3}{\frac{2\pi^2}{45} g_*(T)\, T^3} \sim \frac{1}{250} \quad @\, T > M_1$$

KO

Lepton asymmetry を減らす効果

▶ 実際は、逆プロセス $(\ell+\phi\to N)$ や L-violation による wash-out

( $\ell+\phi\to\bar{\ell}+\bar{\phi}$)

などを取り入れた Boltzman eq を解く必要アリ

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}n_L = \cdots \\[2mm] \dfrac{d}{dt}n_{N_{R_1}} = \cdots \end{cases}$$

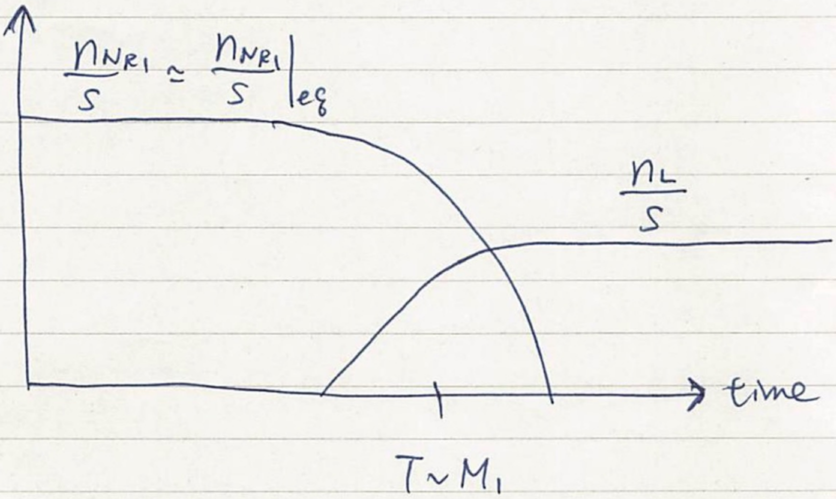
連立させる

[たくさん review あり. hep-ph/0401240
〃 / 0310123
〃 / 0502169
その後の発展もあり]

flavor effect や quantum Boltzman など

それら諸々の効果

$$\cancel{\frac{n_B}{s} = \kappa\,\frac{n_{N_{R_1}}}{s}\Big|_{eq} \times \epsilon_1 \times 0.35}$$



▷ 数値計算によると. naive な式①より減って.

$$\frac{n_B}{s} = \kappa \left.\frac{n_{N_{R1}}}{s}\right|_{eq} \times \frac{n_L}{n_{N_{R1}}} \times \frac{n_B}{n_L}$$

$\left.\frac{n_{N_{R1}}}{s}\right|_{eq} \simeq 1/250$, $\frac{n_L}{n_{N_{R1}}} = \epsilon_1$, $\frac{n_B}{n_L} \simeq 0.35$

suppression factor：数値計算で求める.

$$\left[\begin{array}{ll} \left.\frac{\Gamma_{N_{R1}}}{H}\right|_{T=M_1} \simeq 1 \text{ の時 最大値をとり}, & \underline{\kappa \lesssim 0.2} \\ \quad \text{〃} \quad \begin{array}{l} \gg 1 \\ \ll 1 \end{array} \text{ の時} & \kappa \ll 1. \end{array}\right]$$

▷ § E-4 で求めた ϵ_1 を代入すると.

$$\boxed{\frac{n_B}{s} \simeq 3\times10^{-11} \underbrace{\left(\frac{\kappa}{0.2}\right)}_{\lesssim 1} \left(\frac{M_1}{10^9\,\mathrm{GeV}}\right) \underbrace{\left(\frac{m_{\nu_3}}{0.05\,\mathrm{eV}}\right)}_{\simeq 1} \underbrace{\delta_{eff}}_{\leq 1}}$$

thermal leptogenesis

$\left.\frac{n_B}{s}\right|_{obs} \simeq 9\times10^{-11}$ を説明するには.

$\underline{M_1 \gtrsim 10^{10}\,\mathrm{GeV} \text{ が必要}}$

⇨ N_{R1} が熱浴に入るには

$$T > M_1 \gtrsim 10^{9\sim10}\,\mathrm{GeV}$$

⇨ reheating temperature $\underline{T_R \gtrsim 10^{9}\sim10^{10}\,\mathrm{GeV} \text{ が必要}}$