

素粒子特論

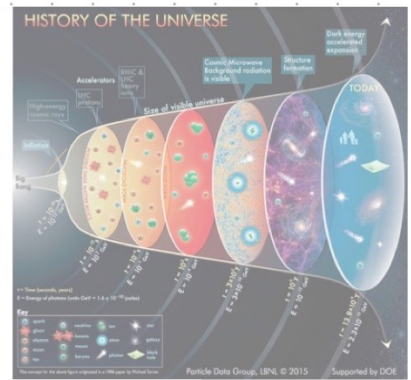


Figure credit:
Particle Data Group
at Lawrence Berkeley National Lab.

浜口幸一 (東京大学 理学系研究科 物理学専攻)

@お茶の水女子大学, 2023年夏学期

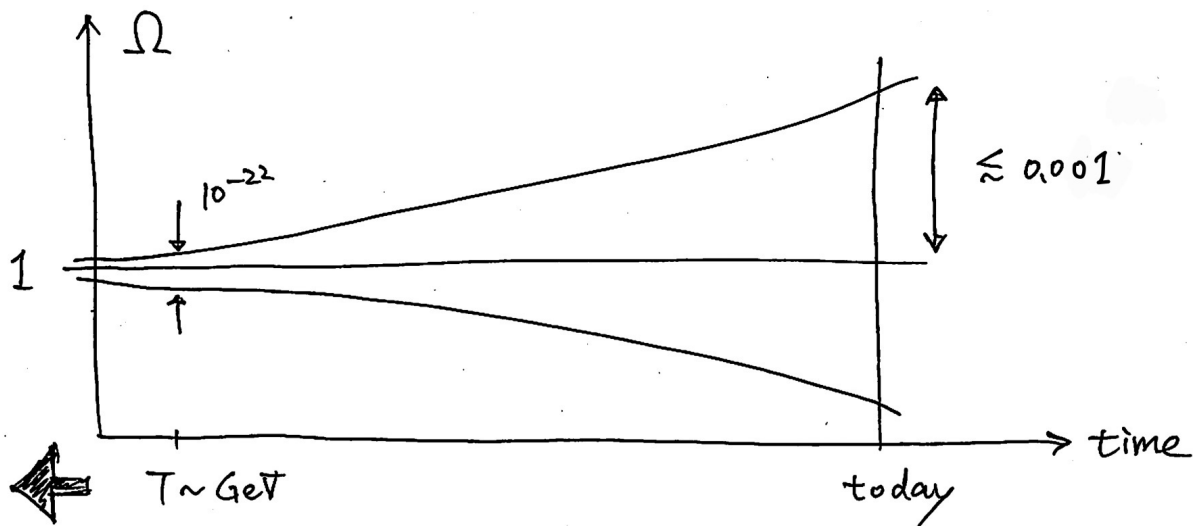
§ D Inflation

D-1. 標準宇宙論の「初期値」の問題

① Flatness Problem

$$\begin{aligned} \text{C-17 思い出} \\ \text{と...} \end{aligned} \quad \left| \frac{\Omega - 1}{\Omega} (t) \right| \sim \left| \frac{\Omega_0 - 1}{\Omega_0} \right| \times \frac{a_{eq}}{a_0} \times \left(\frac{a(t)}{a_{eq}} \right)^2$$

$$\sim \left| \frac{\Omega_0 - 1}{\Omega_0} \right| \times 10^{-22} \left(\frac{T}{\text{GeV}} \right)^{-2}$$



何故 $\Omega_{\text{today}} \approx 0.3$ なの? fine-tuning 問題.

※ $\rightarrow$ これは現在 ($t=t_0$) の値 (2. 言) と

$$d_H = a_0 \times r_H \sim 3a_0 \frac{t_{rec}}{a_{rec}} \left(\frac{t_0}{t_{rec}} \right)^{1/3}$$

$$\dots \sim 2H_0^{-1} \sim 6000 h^{-1} [\text{Mpc}]$$

■ 一方 $t=0$ から $t=t_{rec}$ までの距離 (2. 言) は

$$r_{rec} = \int_0^{t_{rec}} \frac{dt}{a(t)} = \frac{3t_{rec}}{a_{rec}} \quad (2)$$

物質優勢期
mat. dom. $a \propto t^{2/3}$
2. 計算した。
放射優勢期
rad. dom $a \propto t^{1/2}$
では $\frac{2t_{rec}}{a_{rec}}$ (1: 73)

■ $U=1$: 2 (1) (2) 8)

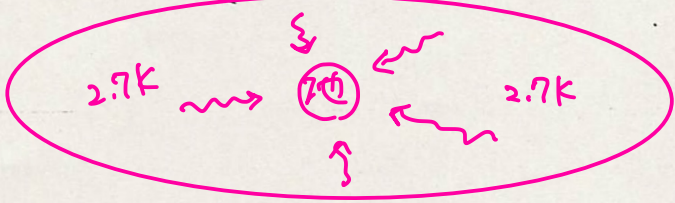
$$\frac{2r_H}{r_{rec}} \sim 2 \left(\frac{t_0}{t_{rec}} \right)^{1/3}$$

$T \propto a^{-1} \propto t^{-2/3}$ (redshift) $\rightarrow \sim 2 \left(\frac{T_{rec}}{T_0} \right)^{1/2} \sim 2 \left(\frac{3000\text{K}}{3\text{K}} \right)^{1/2} \sim \underline{60}$

$\Rightarrow$ 因果的に遠く離れた点から発せられた光が
同じ温度に見える

$$\left(\frac{\Delta T}{T} \sim 10^{-5} \right)$$

Fine Tunning
不自然!



(以上 ①② $\rightarrow$ 宇宙の初期条件に関する
Fine Tuning 問題)

③ 温度ゆらぎ: $\frac{\delta T}{T} \sim 10^{-5}$ の存在 (後 2. 3, 4 72: 17)

D-2 Inflation 宇宙

idea.

インフレーション時期 真空エネルギー P_{vac} が宇宙を支配

$$P_{total} \simeq P_{vac} = \text{const.}$$

Friedman eq. ①

$$3M_{pl}^2 H^2 = P_{vac}$$

$$\therefore \frac{\dot{a}}{a} = \frac{P_{vac}^{1/2}}{\sqrt{3} M_{pl}}$$

$$\therefore \begin{cases} a \propto e^{H_{\pm} t} \\ H_{\pm} = \frac{P_{vac}^{1/2}}{\sqrt{3} M_{pl}} = \text{const.} \end{cases}$$

指数関数的膨張

$T = T_c$

Inflation は BBN が始まる前まで 終わる。Standard Cosmology に戻すためには
再加熱

P_{vac} が解放して P_{rad} へ

“再加熱”
reheating

インフレーション前

$a(t_i)$

→

インフレーション後

$a(t_f)$

$$a(t_f) = e^{H_I(t_f - t_i)} a(t_i)$$

① Flatness 問題

インフレーション中

$$\Omega - 1 = \frac{k}{a^2 H_I^2} \propto a^{-2} \propto e^{-2H_I t}$$

→ 自動的に $\Omega = 1$ に tune される

6/6 ここまで

② Horizon 問題

6/20 ここから

現在我々が CMBR を見ている範囲は ($t = t_0$ で測る)

$$d_H \sim 2H_0^{-1} \sim 6000 h^{-1} [\text{Mpc}]$$

一方 inflation 中に光が進める範囲は ($t = t_0$ で測る)

$$a(t_0) \int_{t_i}^{t_f} \frac{dt}{a(t)} = \frac{a(t_0)}{a(t_{EQ})} \frac{a(t_{EQ})}{a(t_f)} \int_{t_i}^{t_f} \frac{a(t_f)}{a(t)} dt$$

* カンファレンス

inflation の終り、2つの

rad. dom に分れる (後のフィクションも参照)

$$\sim 10^4 \times \frac{T_f}{T_{\text{Eq}}} \times \frac{1}{H_i} e^{H_i(t_f - t_i)}$$

$$\sim 10^{-25} M_{\text{Pl}} e^{H_i(t_f - t_i)} \times \left(\frac{T_f}{H_i} \right)$$

$e^{H_i(t_f - t_i)} > 10^{30}$ くらいあれば OK

上の仮定 (inflation
直後に rad.
dom.)
成り立つ
 $T_f > H_i$

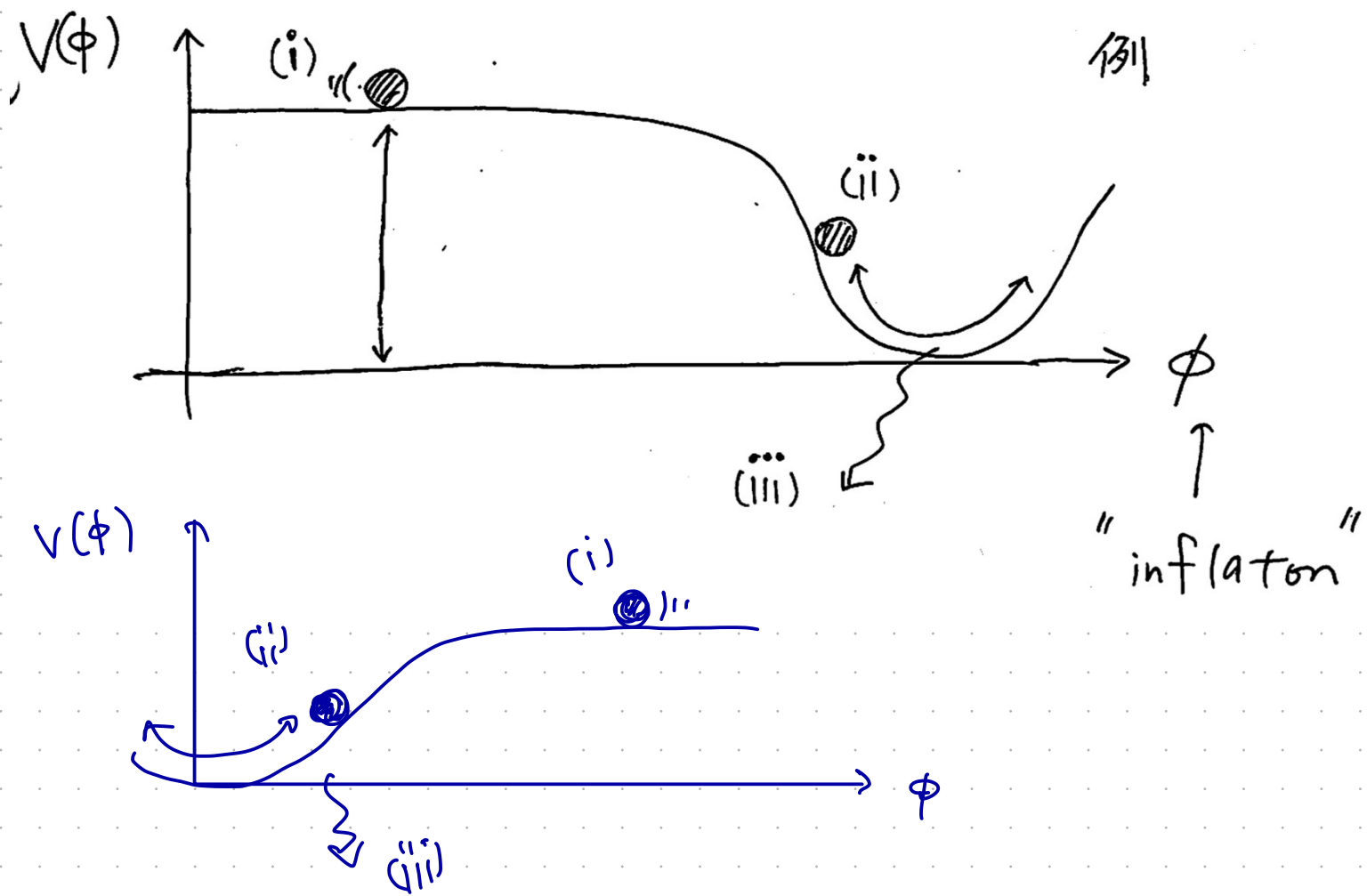
③ 速度ゆらぎの欠乏

→ 後述の通り

D-3 典型的なインフレーションモデル

ρ_{inf} (インフレーション中の
宇宙のエネルギー密度) $\simeq$ スカラー場
(インフラトン)
のポテンシャル
エネルギー密度

と表す



Step (i)

1. 25% ϕ の「kinetic energy」 - $V(\phi)$ 比

ρ_{total} の主成分 $\rho \approx \rho_\phi$

Friedmann eq

$$3M_p^2 H^2 = \rho_{\text{total}}$$

$$\approx \rho_\phi$$

$$= \frac{1}{2}(\dot{\phi})^2 + \frac{1}{2}(\vec{\nabla}\phi)^2 + V(\phi)$$

$$\left(\begin{array}{l} \approx 2 \cdot \\ \phi(t, \vec{x}) \cong \phi(t) \text{ "}\vec{x}\text{-indep."} \\ \text{"coherent"} \\ (\dot{\phi})^2 \ll V(\phi) \quad \text{s/ow roll} \\ \text{と仮定可也} \end{array} \right)$$

$$\cong V(\phi) \simeq \text{const}$$

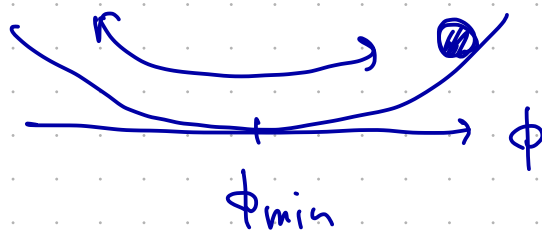
* インフレーション $\phi(t)$ の 時間発展は
運動方程式 $\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} = 0$
2. 次で (詳細略)

$$\left(\begin{array}{l} * \text{ slow-roll condition} \\ \left\{ \begin{array}{l} \epsilon = \frac{1}{2} M_{\text{p}}^2 \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1 \\ \eta = M_{\text{p}}^2 \frac{V''}{V}, \quad |\eta| \ll 1 \end{array} \right. \\ \text{インフレーションの条件は } \epsilon, \eta \ll 1 \text{ と} \\ \text{インフレーションの } \rho, \rho_{\phi} \ll \rho_{\text{tot}}, \rho \simeq \rho_{\phi} \\ \text{slow-roll} \quad \sim \text{const} \end{array} \right)$$

step (ii)

インフレーション ϕ の

ポテンシャルの最小値のまわりで
振動。



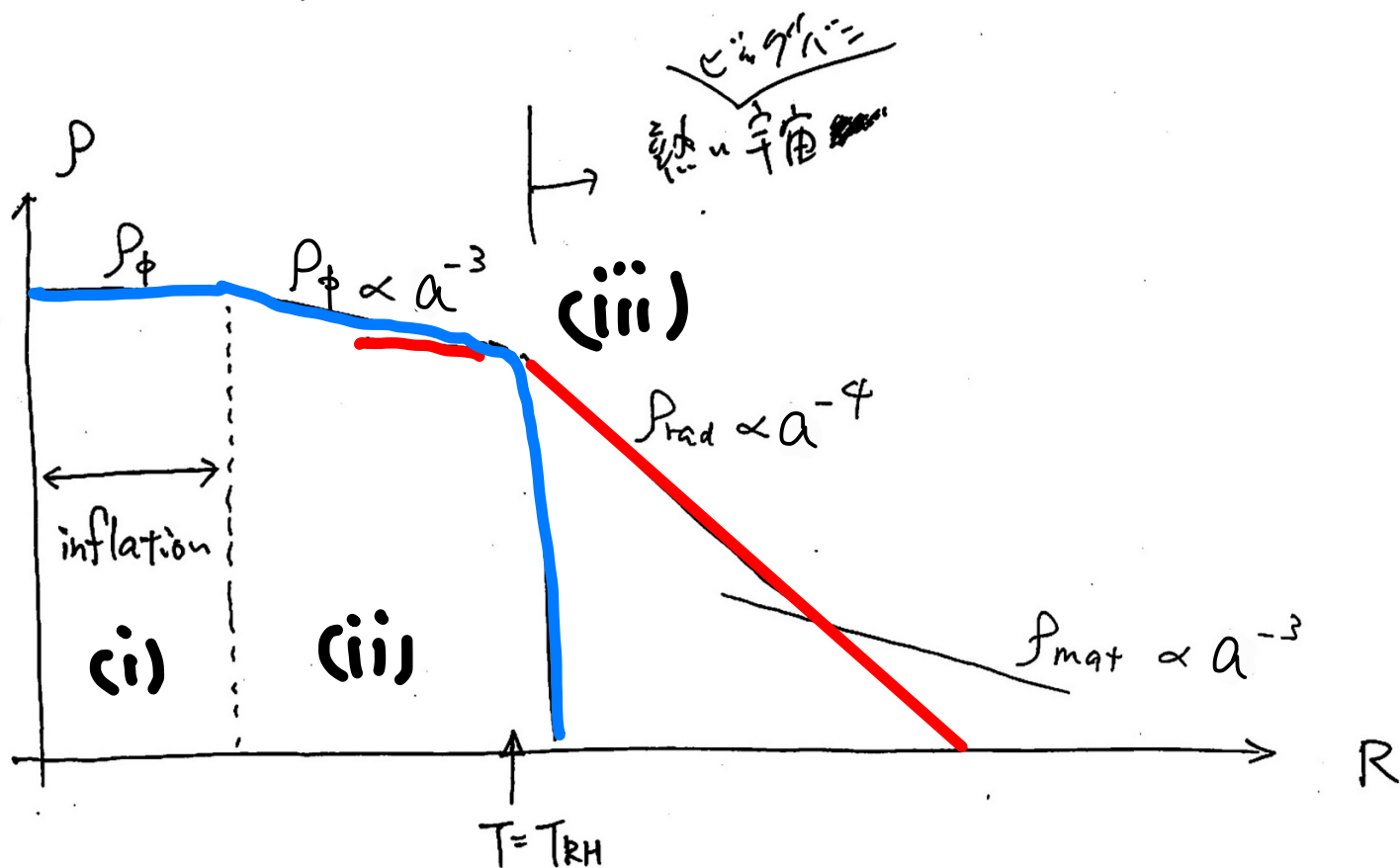
$$V \sim \frac{1}{2} m_\phi^2 (\phi - \phi_{\min})^2 \text{ と近似可能}$$

→ (宇宙は「こう」に伴い)

減衰可能な振動を及ぼす

$$\rho_{\text{inf}} \sim a^{-3}$$

(matter のように振る舞う)



Step (iii) reheating (再加熱)

H の inflaton ϕ の decay rate と $|\dot{\phi}|$ の
 $\langle \dot{\phi} |^2 = T^2$ と ϕ の 崩壊 可なり。

$$H_{RH} \sim \Gamma_\phi \quad \left(\Rightarrow \dot{\phi} \sim \text{a decay rate} \right)$$

$$(\Leftrightarrow t_{RH} \sim \tau_\phi)$$

その時 全エネルギーが radiation に 変換されると。

$$\rho_{\text{rad.}}(t_{RH}) \sim 3 M_{\text{pl}}^2 H_{RH}^2 \sim 3 M_{\text{pl}}^2 \Gamma_\phi^2$$

$$\sim \frac{\pi^2}{30} g_*(T_{RH}) T_{RH}^4$$

$$T_{RH} : \text{reheating 温度}$$

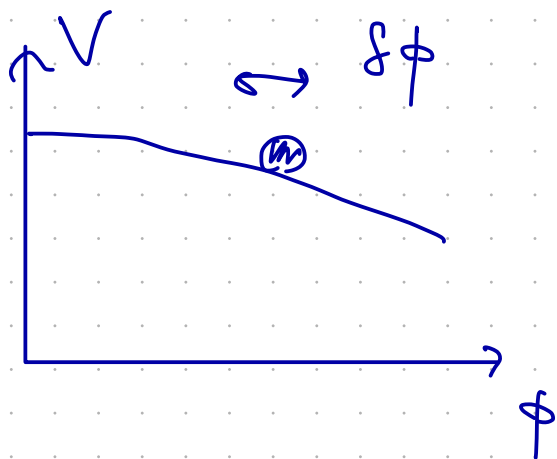
例として

$$\Gamma_\phi \sim \frac{m_\phi^3}{M_{\text{pl}}^2}, \quad m_\phi \sim 10^{13} \text{ GeV} \quad \text{と 思ふと} \quad \Gamma_\phi \sim 10^3 \text{ GeV}$$

$$T_{RH} \sim 10^{10} \text{ GeV}$$

D-4

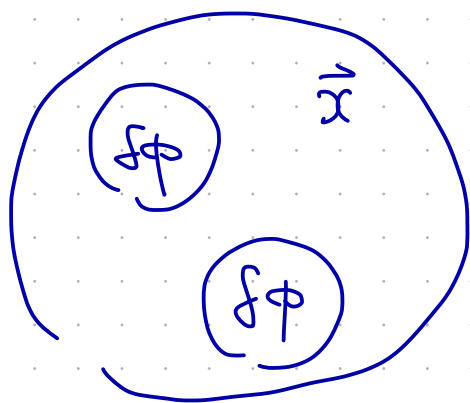
ゆらぎについて考える



$$\phi = \phi(t) + \underbrace{\delta\phi(t, \vec{x})}_{\text{ゆらぎ}}$$

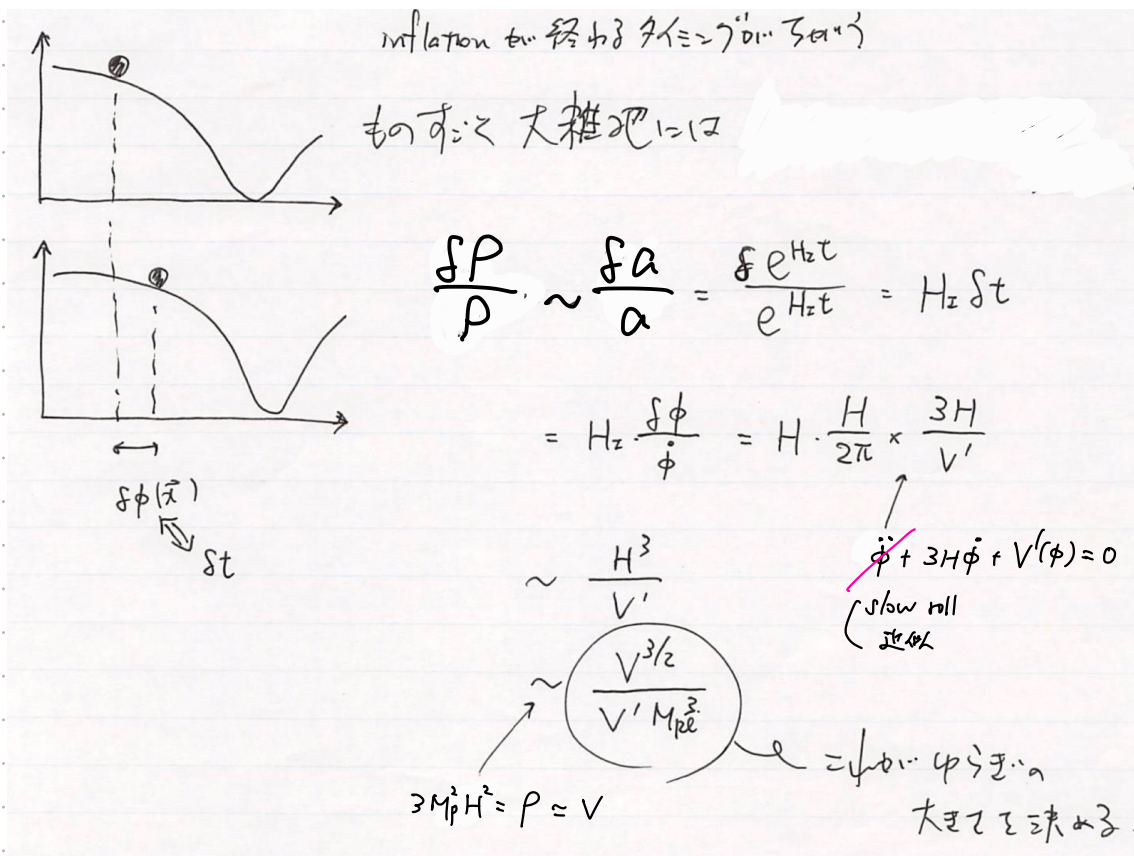
$$\langle \delta\phi \rangle^2 \sim \left(\frac{H_{inf}}{2\pi} \right)^2$$

(cf. 宇宙論
72-133)



宇宙の場所 $(\vec{x})$ に $\delta, 2$

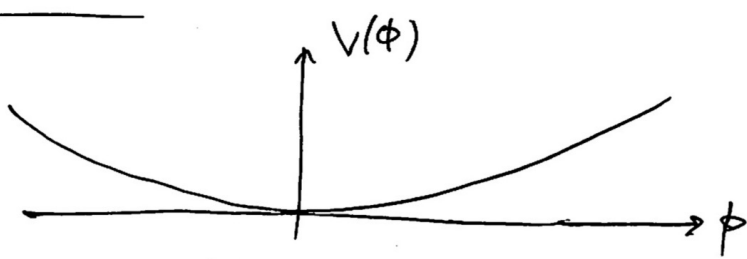
ゆらぎ



inflation model $\propto \phi^2$

chaotic inflation.

$V = \frac{1}{2} m^2 \phi^2$



slow roll cond. $\left\{ \begin{aligned} \epsilon &= \frac{1}{2} M_{pl}^2 \left(\frac{V'}{V} \right)^2 = \frac{1}{2} M_{pl}^2 \frac{2}{\phi^2} = \left(\frac{\sqrt{2} M_{pl}}{\phi} \right)^2 \ll 1 \\ \eta &= M_{pl}^2 \left| \frac{V''}{V} \right| = \left| M_{pl}^2 \frac{2}{\phi^2} \right| = \epsilon \end{aligned} \right.$

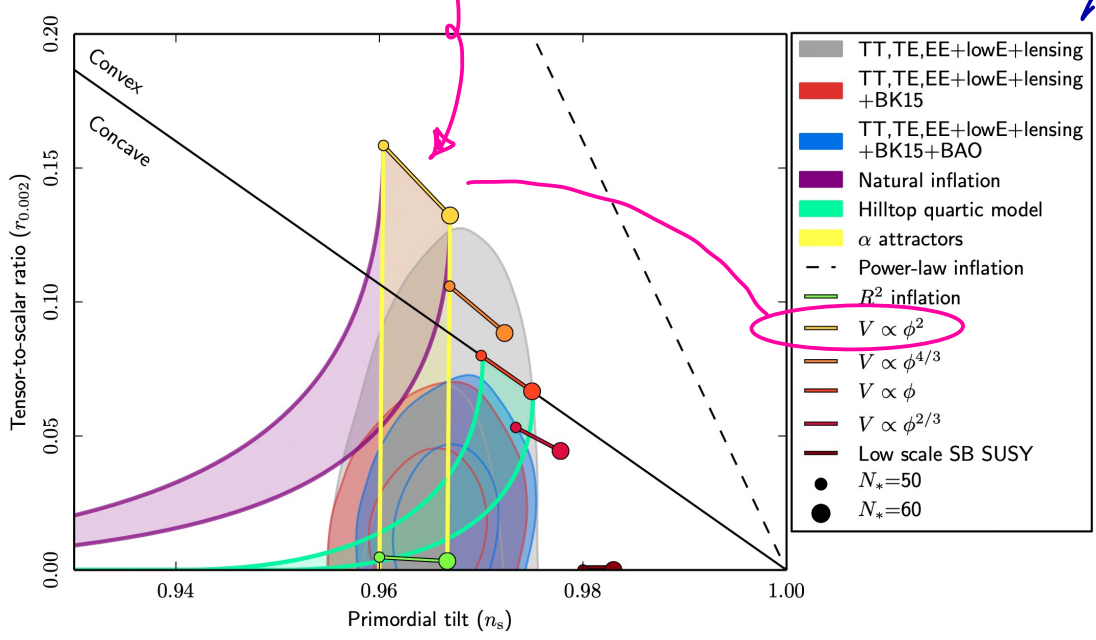
$\phi \gtrsim M_{pl}$ is slow roll

$\phi \gtrsim M_{pl}$... $\frac{V^{3/2}}{V' M_{pl}^3} \sim \frac{m^3 \phi^3}{m^2 \phi M_{pl}^3} \sim \frac{m}{M_{pl}} \left(\frac{\phi}{M_{pl}} \right)^2 \sim \frac{m}{M_{pl}}$ for $\phi \sim M_{pl}$

$\frac{\delta T}{T} \sim 10^{-5}$ is very small

$m \sim 10^{-5} M_{pl} \sim 10^{13} \text{ GeV}$

⑤ $\sim \phi^2$ model is excluded by the latest observation



Particle Data Group (PDG) $\alpha V \phi^2 - \delta 4$