

素粒子特論

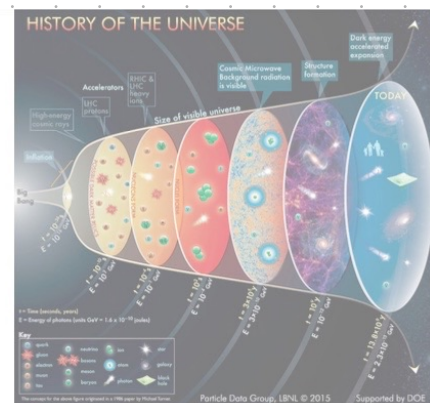


Figure credit:
Particle Data Group
at Lawrence Berkeley National Lab.

浜口幸一 (東京大学 理学系研究科 物理学専攻)

@お茶の水女子大学, 2023年夏学期

C. 標準宇宙論入門

* というのは、今から2000年

この講義では自然単位系

$$\hbar = c = 1$$

を用いられる。(エネルギー ~ 質量 ~ 時間⁻¹ ~ 長さ⁻¹)

宇宙論ではさらにボルツマン定数も

$$k_B = 1$$

とされている (エネルギー ~ 温度)

質量 $0.1 \text{ eV}/c^2$ と
 0.1 eV と書き換え

温度 $T \leftrightarrow$ エネルギー
 $k_B T$
温度 100 GeV
と書き換え

C. 標準宇宙論入門

よむとく。 } Einstein 方程式 (結果 7-11)
熱力学 (19)

C-1. FLRW 宇宙

Friedmann - Lemaitre
- Robertson - Walker

▶ 一樣. 等方宇宙 の仮定 (@ large scale / early universe)

▶ Einstein eq.

$$\underbrace{R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R}_{\text{Einstein eq.}} = \underbrace{8\pi G}_{\text{Newton const.}} \underbrace{T_{\mu\nu}}_{\text{Energy-Momentum tensor}} \quad (1)$$

$\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$

(左辺) $g_{\mu\nu} \propto a^2(t)$

(右辺) $T_{\mu}^{\nu} = \begin{pmatrix} \rho(t) & & & \\ & -p(t) & & \\ & & -p(t) & \\ & & & -p(t) \end{pmatrix}$

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}$$

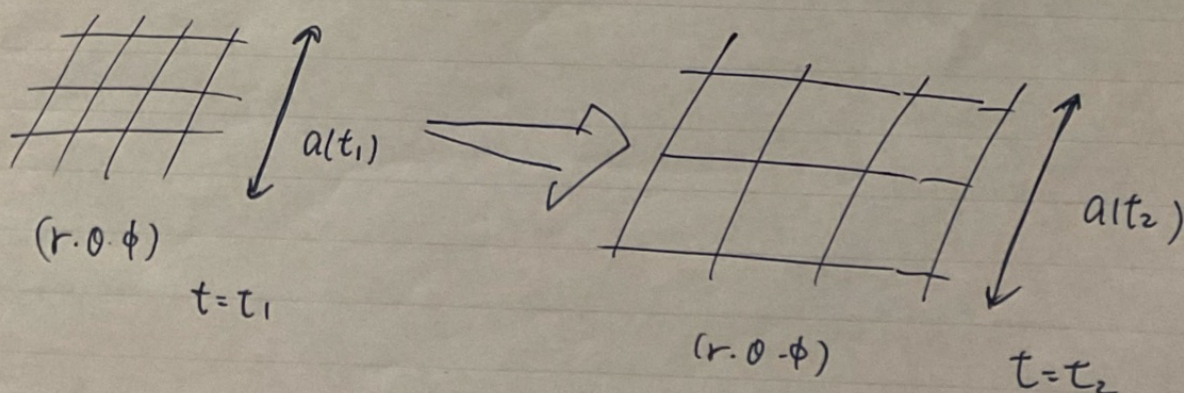
FLRW metric

$$= dt^2 - a(t)^2 \left\{ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right\} \quad (2)$$

$k \begin{cases} > 0 & \text{closed universe.} \\ = 0 & \text{flat "} \\ < 0 & \text{open "} \end{cases}$

$\begin{cases} \rho(t): \text{エネルギー密度} \\ p(t): \text{圧力} \end{cases}$

$a(t)$: scale factor



$$\textcircled{1} \quad R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

一股相打端の)

metric $g_{\mu\nu}$ is a 2-tensor...

$$\begin{aligned}\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} &\equiv \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} [\partial_{\mu} g_{\sigma\nu} + \partial_{\nu} g_{\sigma\mu} - \partial_{\sigma} g_{\mu\nu}] \\ R_{\rho\mu\nu}^{\lambda} &\equiv \partial_{\mu} \Gamma_{\rho\nu}^{\lambda} - \partial_{\nu} \Gamma_{\rho\mu}^{\lambda} \\ &\quad + \Gamma_{\sigma\mu}^{\lambda} \Gamma_{\rho\nu}^{\sigma} - \Gamma_{\sigma\nu}^{\lambda} \Gamma_{\rho\mu}^{\sigma} \\ R_{\mu\nu} &\equiv R_{\mu\lambda\nu}^{\lambda} \\ R &\equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}\end{aligned}$$

FLRW metric の $g_{\mu\nu}$ ② より (計算大変!!)

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{00} = -3 \frac{\ddot{a}}{a} \\ R_{0i} = 0 \\ R_{ij} = - \left[\frac{\ddot{a}}{a} + 2 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + 2 \frac{k}{R^2} \right] g_{ij} \\ R = -6 \left[\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{k}{R^2} \right] \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \dot{a} = \frac{d}{dt} a(t) \\ \ddot{a} = \frac{d^2}{dt^2} a(t) \end{array}$$

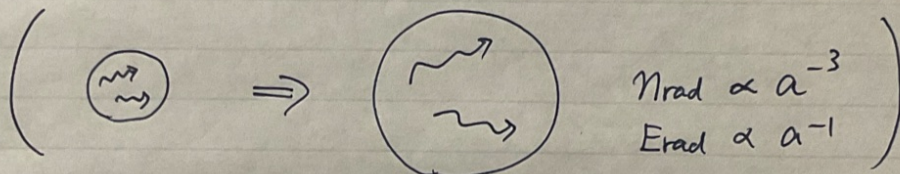
$\hookrightarrow$ ① $1 = 1 \cdot x^0 \leq 2 \dots$

2つの独立方程式
 (0.0) 成り立つ
 (i.i) 成り立つ

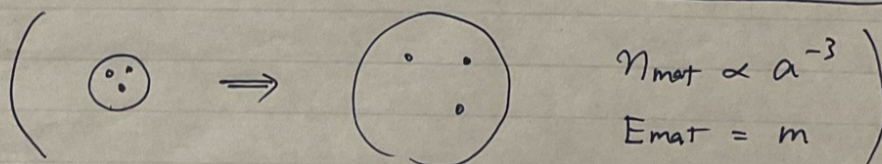
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{d}{dt}(\rho a^3) = -p \frac{d}{dt}(a^3) & \text{--- (A)} \\ \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho & \text{--- (B)} \end{cases} \quad (dE = -p dV)$$

① 5)

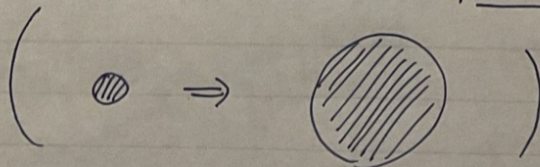
"radiation" ($E \gg \text{mass}$) $p_{\text{rad}} = \frac{1}{3} \rho_{\text{rad}}$ $\rightarrow \boxed{\rho_{\text{rad}} \propto a^{-4}}$



"matter" ($E \simeq \text{mass}$) $p_{\text{mat}} \simeq 0$ $\rightarrow \boxed{\rho_{\text{mat}} \propto a^{-3}}$



"vacuum" ($p_{\text{vac}} = -\rho_{\text{vac}}$) $\boxed{\rho_{\text{vac}} = \text{const}}$



④ 現在の宇宙

$$\rho_{\text{rad}} : \rho_{\text{mat}} : \rho_{\text{vac}} \approx 5 \times 10^{-5} : 0.32 : 0.68$$

ρ
 σ, ν

baryon
+ DM

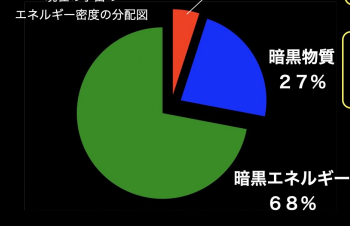
起源謎

Dark Energy

正体謎

宇宙に残された謎

現在の宇宙の
エネルギー密度の分配図

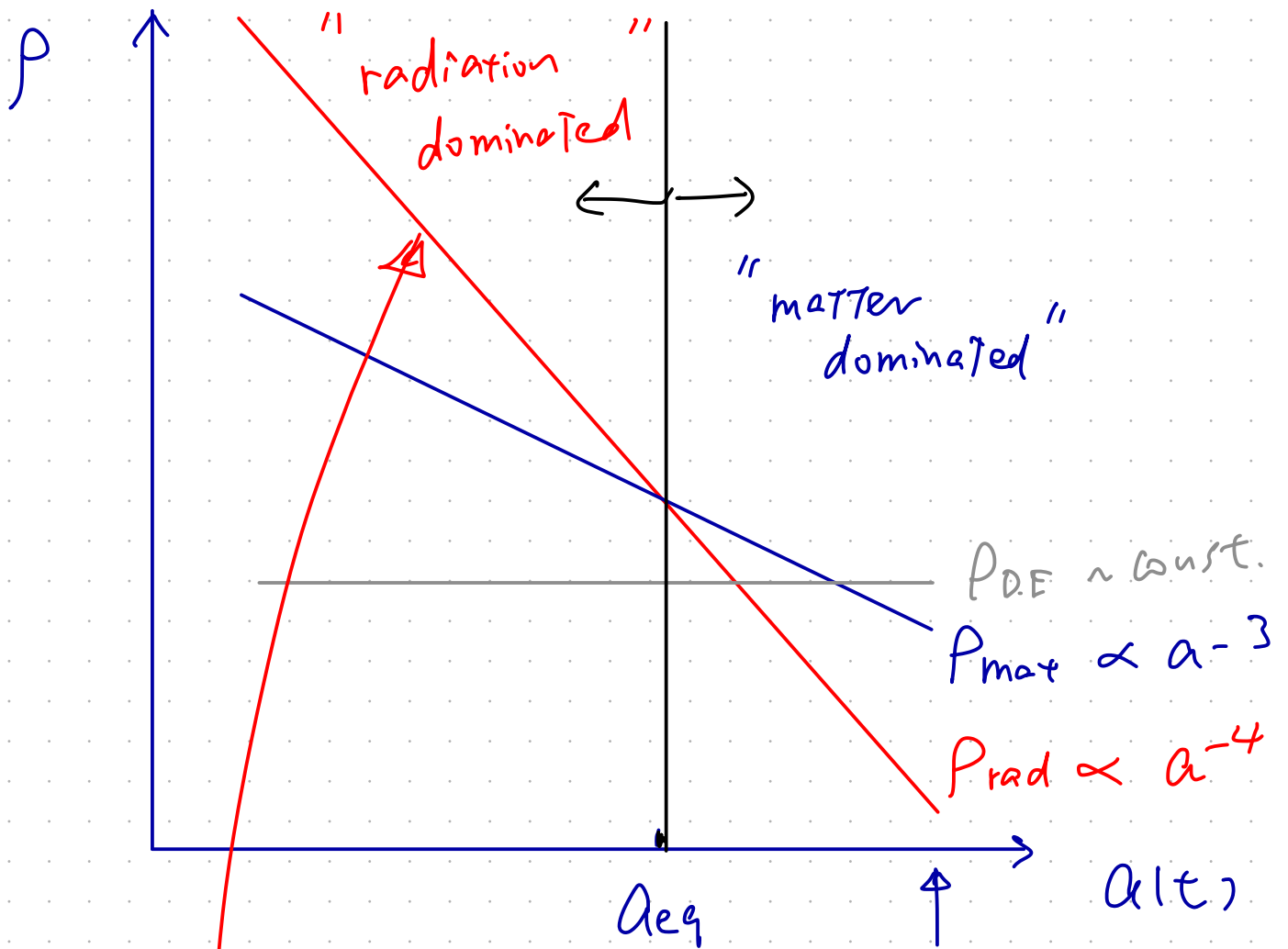


消えた
反物質の謎

暗黒物質
の正体は？

暗黒エネルギー
の正体は？

というときは、時間)でエの値は ...



今の宇宙は
radiation 2. 満ちている
($E \gg m$ の粒子たち)

5/30(火) 7日目



お知らせ

第24回 New Physics Forum

日時：2023年6月13日（火） 14:30-

場所：お茶の水女子大学、国際交流留学生プラザ2F
多目的ホール



内容はどれも（広い意味で）講義で扱っている
「標準模型を超える物理」に関連したものです。

Date: June 13, 2023

Place: Multi-purpose hall (2F), Hisao and Hiroko TAKI plaza, Ochanomizu University
(The building at the right next to the main entrance of the campus. Please enter
the building directly from the street, not through the University.)

Schedule:

14:30 -- 14:55 John Ellis (King's Coll. London and CERN), "TBA"
14:55 -- 15:20 Chikako Idegawa (Ochanomizu U.),
"CP-violating effects on gravitational waves and electric dipole moment
in a complex singlet extension of the Standard Model"
15:20 -- 15:45 Yu Hamada (KEK),
"Linked cosmic strings in model with QCD axion and gauged B-L symmetry"
15:45 -- 16:00 Break
16:00 -- 16:25 Maura Ramirez-Quezada (U.Tokyo),
"White dwarf cooling through dark sector physics"
16:25 -- 16:50 Shusei Kamioka (KEK),
"Muon g-2/EDM experiment at J-PARC"
16:50 -- 17:15 Atsuhiko Umemoto (U. Tsukuba),
"Dark matter search with diamond NV center"
17:15 -- 17:30 Break
17:30 -- 17:55 Tom Melia (IPMU),
"The classical equations of motion of quantised gauge theories"
17:55 -- 18:20 Josh Ruderman (New York U.), "TBA"
18:20 -- 18:30 discussion

ここは講義の時間ですが、せっかくの機会なので板書の講義は一回休んで
その代わりに是非この研究会へ参加してもらえればと思っています。

他の時間も（都合が合えば & 興味があれば）是非ご参加下さい。

どれも専門家向けの講演なので、内容はよく分からない部分も多いかもしれませんが、
雰囲気だけでも楽しんでいただければと思います。

➤ あらうい

① スライト全体像

§ 0. SM

§ A GUT

§ B. ν -mass と seesaw

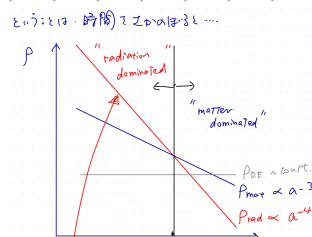
§ C 標準宇宙論入門

C-1 FLRW宇宙

Einstein eq + 一様等圧宇宙

① $d(\rho a^3) = -p d(a^3)$

$\rho \propto \begin{cases} a^{-4} \text{ (rad)} \\ a^{-3} \text{ (mat)} \\ \text{const (vac.)} \end{cases}$



② $\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho$

宇宙の膨張

▶ - ③ 21)

$$\frac{(\dot{a})^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho$$

Friedmann Eq
宇宙の膨張を支配する式

$\frac{\dot{a}}{a} \equiv H(t)$
Hubble parameter

$$\left(8\pi G \equiv \frac{1}{M_{\text{pl}}^2} \right) \quad \begin{aligned} &\text{プランク質量} \\ &M_{\text{pl}} = \frac{1}{\sqrt{8\pi G}} = 2.4 \times 10^{18} \text{ GeV} \end{aligned}$$

現在値 $H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
 $\uparrow h \approx 0.67$

$\times M_* = \frac{1}{\sqrt{G}} = 1.2 \times 10^{19} \text{ GeV}$
 プランク質量の2倍
 2倍はともある

$$\Leftrightarrow H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{1}{3M_{\text{pl}}^2} \rho$$

$3M_{\text{pl}}^2 H^2 \equiv \rho_{\text{crit}}$
critical density

現在値 $\rho_{\text{crit},0} \sim 5 \text{ GeV}^4 / \text{m}^3$
 $\sim (2 \times 10^{-3} \text{ eV})^4$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{k}{a^2 H^2} = \frac{\rho}{\rho_{\text{crit}}}$$

$\frac{\rho}{\rho_{\text{crit}}} \equiv \Omega$

$$\Leftrightarrow \Omega - 1 = \frac{k}{a^2 H^2} \quad \text{③}$$

{	$\Omega > 1$	$k > 0$	closed
	$\Omega = 1$	$k = 0$	flat
	$\Omega < 1$	$k < 0$	open

1 m^3 あたり
 水素原子 5個
 (2020)

現在値 $\Omega_0 = 0.999 \pm 0.002$ ほぼ flat.

★ flatness (problem)

$$\left| \frac{\Omega - 1}{\Omega} \right| = \left| \frac{\frac{k}{a^2 H^2}}{\frac{\rho}{3M_{Pl}^2 H^2}} \right| \propto \frac{1}{\rho a^2}$$

定義

$$\propto \begin{cases} a^2 & (\text{rad. dom: } \rho \propto a^{-4}) \\ a & (\text{mat. dom } \rho \propto a^{-3}) \end{cases}$$

増え続ける!!

過去にさかのぼると

$$\left| \frac{\Omega - 1}{\Omega} (t) \right| \approx \left| \frac{\Omega_0 - 1}{\Omega_0} \right| \times \frac{a_{eq}}{a_0} \times \left(\frac{a(t)}{a_{eq}} \right)^2 \lll 1$$

$$\lesssim 0.01 \quad \frac{1}{10^4} \quad \lll 1$$

現在の宇宙は

可観測宇宙 < flat 領域 (why? → § D inflation)

→ 初期宇宙を考えると

$$\Omega = 1 + \frac{k}{a^2 H^2} \iff \boxed{3M_{Pl}^2 H^2 = \rho} \quad \text{Einstein}$$

Friedmann eq in flat Univ.

Hubble
10¹⁷倍の H
宇宙の年齢 t
の
c = ct

→ 可観測

$$\frac{\dot{a}}{a} = H \propto \rho^{1/2}$$

$$\begin{cases} \text{rad. dom} \\ \propto a^{-2} \quad \therefore \quad a \propto t^{1/2}, \quad H = \frac{1}{2t} \\ \text{mat. dom} \\ \propto a^{-3} \quad \therefore \quad a \propto t^{2/3}, \quad H = \frac{2}{3t} \\ \text{vac. dom} \\ \propto a^0 \quad \therefore \quad a \propto e^{Ht}, \quad H = \sqrt{\frac{\rho_{vac}}{3M_{Pl}^2}} = \text{const} \end{cases}$$

C-2.

※ おまけ

現在、宇宙年令を計算してみよう

▶ 可成り大規模には、可成り matter dominated
 $\rho \propto a^{-3}$, $t \approx \frac{2}{3H}$

現在、 t_0 と ρ_0 と

$$t_0 \sim \frac{2}{3H_0} = \frac{1}{3 \times 67 \text{ km/s Mpc}^{-1}}$$

~ 97 億年

▶ 可成り大規模には、 ρ_0 と ρ_0 と ρ_0 と ...

$$t_0 = \int_0^{t_0} dt$$

$$\left(\begin{array}{l} \frac{a(t)}{a_0} = x \quad \frac{dx}{dt} = \frac{\dot{a}}{a_0} = \frac{a}{a_0} \frac{\dot{a}}{a} = xH \\ \begin{array}{c|c} t & 0 \rightarrow t_0 \\ \hline x & 0 \rightarrow 1 \end{array} \end{array} \right)$$

$$t_0 = \int_0^1 \frac{dt}{dx} dx = \int_0^1 \frac{1}{xH} dx \quad \text{--- } \star$$

$H \propto x^{2/3}$ と $\rho \propto x^{-3}$

$p = \rho c^2 \propto \rho \propto f(\text{at Univ. } (k=0)) \propto a^{-2}$

$$3 M_p^2 H^2 = \rho$$

$$= \rho_\Lambda + \rho_{\text{mat}} + \rho_{\text{rad}}$$

$$= \rho_{\Lambda,0} + \rho_{\text{mat},0} x^{-3} + \rho_{\text{rad},0} x^{-4}$$

$$\left(\because \rho_\Lambda \sim \text{const} \right.$$

$$\rho_{\text{mat}} \propto a^{-3} \propto x^{-3}$$

$$\rho_{\text{rad}} \propto a^{-4} \propto x^{-4} \left. \right)$$

$$= \frac{\rho_{\text{crit},0}}{3 M_p^2 H_0^2} \left(\Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{\text{mat},0} x^{-3} + \Omega_{\text{rad},0} x^{-4} \right)$$

//

$$\left(\Omega_{x,0} \equiv \frac{\rho_{x,0}}{\rho_{\text{crit},0}} \right)$$

2.2

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{H_0} \times \frac{1}{\sqrt{\Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{\text{mat},0} x^{-3} + \Omega_{\text{rad},0} x^{-4}}}$$

$$H \propto a^{-\frac{7}{6}} \propto t^{-\frac{1}{2}} !!$$

★ 1211λ12

$$t_0 = \frac{1}{H_0} \int_0^1 \frac{dx}{x \sqrt{\Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{mat,0} x^{-3} + \Omega_{rad,0} x^{-4}}}$$

$$\left(\begin{array}{l} \Omega_{rad,0} x^{-4} \sim 2 \times 10^{-4} \text{ at } z \sim 10^4 \\ \therefore x p < 1 \text{ at } x \lesssim 10^{-4} \sim 2 \times 10^4 = 10^4 \\ \therefore \sim \frac{1}{x} \text{ at } z \sim 10^4 \int_{10^{-4}}^{10^4} \frac{dx}{x \sqrt{x^{-4}}} \sim \int_{10^{-4}}^{10^4} x dx \sim 10^{-8} \\ \therefore \Omega_{m,0} \simeq 1 - \Omega_{\Lambda,0} \text{ at } z \sim 10^4 \end{array} \right)$$

$$\simeq \frac{1}{H_0} \int_0^1 \frac{dx}{x \sqrt{\Omega_{\Lambda,0} + (1 - \Omega_{\Lambda,0}) x^{-3}}}$$

$$\stackrel{\text{Mathematica}}{=} \frac{1}{H_0} \frac{2}{3 \sqrt{\Omega_{\Lambda,0}}} \ln \left(\frac{1 + \sqrt{\Omega_{\Lambda,0}}}{\sqrt{1 - \Omega_{\Lambda,0}}} \right)$$

$$\simeq \frac{1}{H_0} \times 0.951 \quad \Omega_{\Lambda,0} = 0.685 \pm 0.01 \quad \text{at } z \sim 0.951$$

= 138 億年

宇宙年齡の計算 2.370 !!

C-2

radiation-dominated universe

→ 132億年前の宇宙は thermalized.

$$\rho_{\text{rad}} = \sum_i \underset{\substack{\uparrow \\ \text{d.o.f} \\ \text{自由度} = \text{粒子の種類} - \text{統計}}}{g_i} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} E \cdot \underset{\substack{\parallel \\ \frac{1}{e^{E/T} \pm 1}}}{f_i(p)}^{\text{thermal}}$$

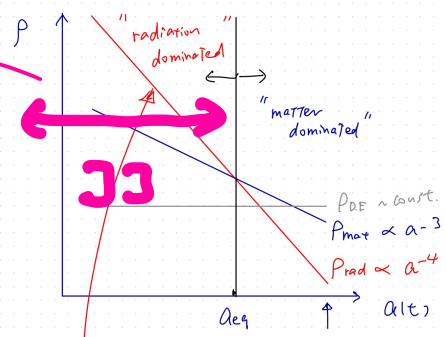
+ : fermion
- : boson

$$\therefore \boxed{\rho_{\text{rad}} \cong \frac{\pi^2}{30} g_*(T) T^4}$$

$$g_*(T) = \sum_{\substack{i = \text{boson} \\ m_i \ll T}} g_i + \frac{7}{8} \sum_{\substack{j = \text{fermion} \\ m_j \ll T}} g_j$$

例) $g_*(T \sim 10 \text{ MeV}) (g_\gamma = 2, 3 \times g_\nu = 6, g_{e^\pm} = 4)$
 $= 10.75$

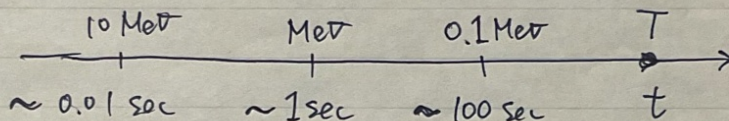
(注) $T < 1 \text{ MeV}$ のときは $T_\nu \neq T$ となるので注意。



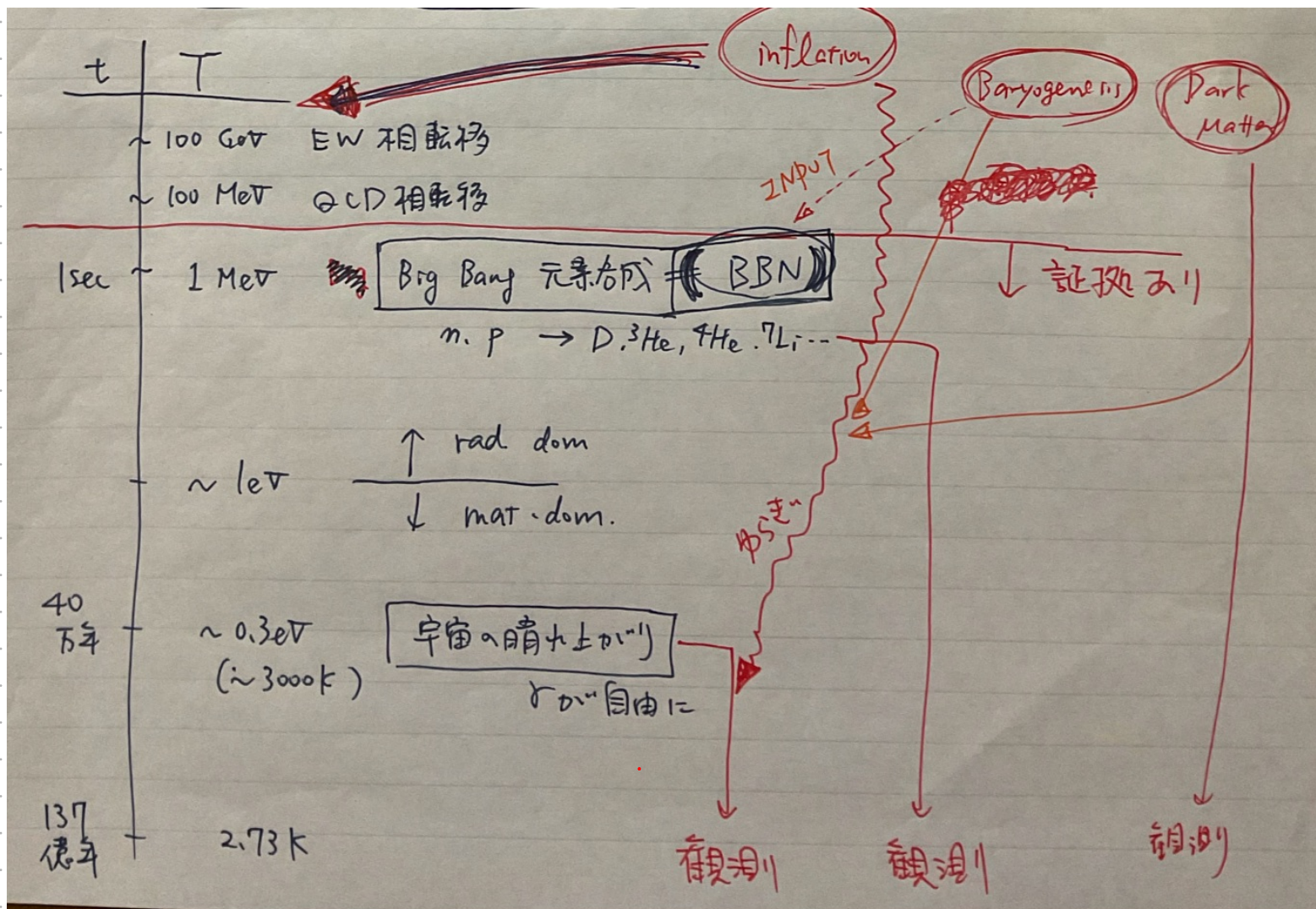
→ $t \leftrightarrow T$

$$\rho_{\text{rad}} = \frac{\pi^2}{30} g_*(T) T^4 = 3 M_{\text{pl}}^2 H^2 \stackrel{\text{§ C-1}}{\sim} 3 M_{\text{pl}}^2 \left(\frac{1}{2t} \right)^2$$

$$\therefore t = 2.4 \text{ sec} \cdot \frac{1}{g_*(T)^{1/2}} \left(\frac{\text{MeV}}{T} \right)^2$$



c-3 thermal history

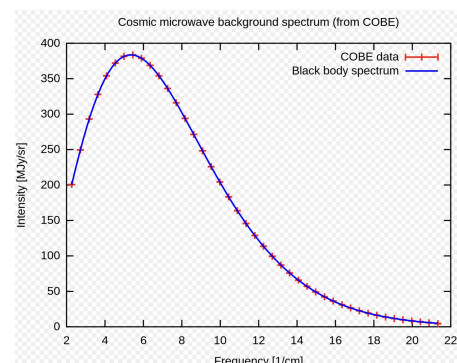


CMB

全天から同じ温度の
電磁波が来る

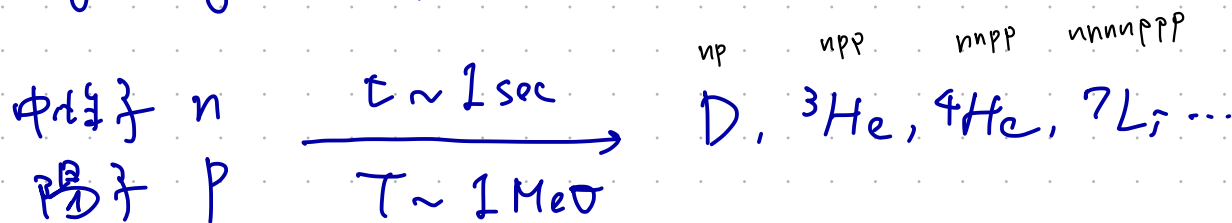
Cosmic Microwave Background
Radiation (CMBR 2.7 K)

宇宙背景放射



Nucleosynthesis

* Big Bang 元素合成 (BBN)



np np np np

詳細略 (宇宙膨張
 ⊕ 原子核反応
 ⊕ 熱力学)

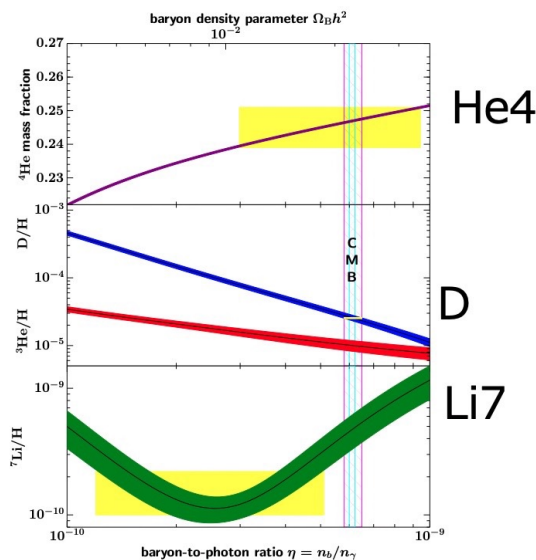
INPUT 宇宙のバリオン数

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} \leftarrow \text{バリオン (陽子・中子) の数} / \text{光子の数}$$

$$\eta \approx 6.1 \times 10^{-10} \text{ と決まる}$$

観測 $\longleftrightarrow$ 理論の予言
 見事に一致!!

D
 ${}^4\text{He}$
 $({}^7\text{Li})$



2.12 この起源は?

→ 論文, § E 2...

C-4 標準宇宙論 (+ 素粒子_{SM})

2" は説明 2" ではない: と

- Flatness 問題

- Horizon 問題

- やらばの種

温度やらば (CMB)

みつばやらば (銀河や星の分布)

inflation
→ ρ
 δD 2"

- Baryon Asymmetry

起源?

→ $S E$

- Dark Matter

何? どうやら? $S F$
(?)

- Dark Energy

何? 何? 2" 2" 2" 2"
ch 2" 2" ?