

2012年度夏学期 量子力学 II (浜口) 第2回レポート

2012年6月5日(火) 出題

- 締切：7/3(火) 17:00
- 提出先：物理教務(理学部1号館208号室)
- レポートには科目名、氏名、学籍番号、学年を明記し提出する事。

以下のことを示したい。

『 \hat{A} , \hat{B} がエルミート演算子で、 $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$ とする。このとき、 \hat{A} , \hat{B} の線形独立な全ての固有ベクトルを、両者に共通の固有ベクトルにえらぶことが出来る。』 — (#)

まず \hat{A} , \hat{B} の固有値に縮退がない場合、以下のように示せる。

- (i) \hat{B} の固有ベクトルを $|n\rangle$ とする。すなわち $\hat{B}|n\rangle = b_n|n\rangle$.
- (ii) $\hat{A}|n\rangle$ というベクトルを考えると、 $\hat{B}(\hat{A}|n\rangle) = \hat{A}\hat{B}|n\rangle = \hat{A}b_n|n\rangle = b_n(\hat{A}|n\rangle)$.
したがって $\hat{A}|n\rangle$ も \hat{B} の固有ベクトルであり、その固有値は b_n である。
- (iii) \hat{B} の固有値には縮退がないと仮定したので、 $\hat{A}|n\rangle \propto |n\rangle$. 適当な比例係数を置いて $\hat{A}|n\rangle = a_n|n\rangle$.
- (iv) よって \hat{B} の全ての固有ベクトルは \hat{A} の固有ベクトルになっている。逆も同様。よって (#) が示せた。

問題： \hat{A} , \hat{B} の固有値に縮退がある場合に (#) を示せ。

以上

成績は、このレポートと、第1回レポート(4/24(火)出題済)及び期末試験(7/17(火)予定)の結果を総合して評価する。

レポートは以下の講義のウェブページでも公開している。

<http://www-hep.phys.s.u-tokyo.ac.jp/~hama/lectures/lecture.html>