

2016 年度夏学期「基礎方程式とその意味を考える」前半（浜口担当） レポート

2016 年 5 月 23 日 (月) 出題

- 提出期間：2016 年 7 月 11 日 (月)～7 月 22 日 (金)（7 月 22 日の 16:50 まで）
- 提出先：教養学部 教務課
- 成績は前半の量子力学（浜口担当、このレポートで評価）と後半の電磁気学（浅井先生担当）の 2 つを合わせて評価します。
- 前半のレポート (担当：浜口) と後半のレポート (担当：浅井) を分けて作成し、それぞれに科目名、氏名、学生番号、学年を忘れず明記すること。
- このレポートや講義ノートは以下の講義のウェブページにも載っています。
http://www-hep.phys.s.u-tokyo.ac.jp/~hama/lectures/2016_Komaba.html

以下のレポート問題【1】～【3】のうち 1 つ以上 に答えて提出すること。

教科書・参考書・ネット・友人など何でも参考にして良いです。（参考文献などを明記して下さい）。他の受講者などと議論・相談する事も構いませんが、レポートの作成は各自で行い、自分の言葉で記述して下さい。極端に類似したレポートがあった場合には口頭試問を追加する事があります。

【1】エネルギー量子仮説からプランク分布

$$U(T, \nu) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (1)$$

を導け。

【2】1次元中の自由粒子を考える。平面波の重ね合わせの式

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dk A(k) \exp[i(kx - \omega(k)t)], \quad \omega(k) = \frac{\hbar}{2m} k^2 \quad (2)$$

に

$$A(k) = \sqrt{\frac{1}{2\pi^{3/2}\sigma_k}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(k - k_0)^2}{\sigma_k^2}\right] \quad (3)$$

を代入して得られる波動関数（波束）について、以下の問いに答えよ。ただし必要なら以下の式を用いてよい。

$$\psi(x, t) = \sqrt{\frac{\sigma_k}{\sqrt{\pi}(1 + i\epsilon t)}} \exp\left[\frac{\sigma_k^2(k_0/\sigma_k^2 + ix)^2}{2(1 + i\epsilon t)} - \frac{k_0^2}{2\sigma_k^2}\right], \quad \epsilon = \frac{\hbar\sigma_k^2}{m} \quad (4)$$

$$|\psi(x, t)|^2 = \frac{\sigma_k}{\sqrt{\pi}\sqrt{1 + \epsilon^2 t^2}} \exp\left[-\sigma_k^2 \frac{(x - (\hbar k_0/m)t)^2}{1 + \epsilon^2 t^2}\right] \quad (5)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy e^{-y^2} = \sqrt{\pi} \quad (6)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy y e^{-y^2} = 0 \quad (7)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dy y^2 e^{-y^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\pi} \quad (8)$$

(2-1) $\psi(x, t)$ が 1 次元中の自由粒子のシュレディンガー方程式を満たすことを示せ。

(2-2) $\psi(x, t)$ が規格化されていることを示せ。

(2-3) 粒子の位置の期待値 $\langle x \rangle$ を求めよ。

(2-4) 粒子の運動量の期待値 $\langle p \rangle$ を求めよ。

(2-5) $(\Delta x)^2 \equiv \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$ を求めよ。

(2-6) $(\Delta p)^2 \equiv \langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle = \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2$ を求めよ。

(2-7) (2-5)(2-6) より $\Delta x \cdot \Delta p$ の下限値を求めよ。

【 3 】(3-1) このレポートが出題された時点で量子力学について良くわからない事、調べてみたい事を一つ挙げよ。(講義に関係ある内容でも関係ない内容でも構わない。)

(3-2) それについて調べて、分かった事を簡潔にまとめよ。

以上です。