

## 2014年度夏学期 量子力学 II (浜口) 第1回レポート: 4/8(火) 出題

- 締切: 2014年5/9(金) 17:00
- 提出先: 物理教務(理学部1号館208号室) 入口横 レポートボックス
- レポートには科目名、氏名、学籍番号、学年を明記し提出する事。
- 成績は、2回のレポートと期末試験(7/22(火)予定)の結果を総合して評価する。  
レポートは以下の講義のウェブページでも公開している。  
<http://www-hep.phys.s.u-tokyo.ac.jp/~hama/lectures/lecture.html>

【問題1】以下のことを示したい。

$\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  がエルミート演算子で、 $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$  とする。このとき、 $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  の共通の固有ベクトルのセット

$$|n, m\rangle : \begin{cases} \hat{A}|n, m\rangle = a_n |n, m\rangle \\ \hat{B}|n, m\rangle = b_m |n, m\rangle \end{cases}$$

があって、任意の  $\hat{A}$  の固有ベクトルは  $|n, m\rangle$  の線形結合で表せる。— (★)

まず  $\hat{A}$  の固有値に縮退がない場合、以下のように示せる。

(i) 任意の  $\hat{A}$  の固有ベクトル  $|n\rangle$  を考える。つまり  $\hat{A}|n\rangle = a_n |n\rangle$ 。

(ii)  $\hat{B}|n\rangle$  というベクトルを考えると、

$$\hat{A}(\hat{B}|n\rangle) = \hat{B}\hat{A}|n\rangle = \hat{B}a_n |n\rangle = a_n (\hat{B}|n\rangle)$$

よって  $\hat{B}|n\rangle$  も  $\hat{A}$  の固有ベクトルであり、その固有値は  $a_n$  である。

(iii)  $\hat{A}$  の固有値には縮退がないと仮定したので、 $\hat{B}|n\rangle \propto |n\rangle$ 。

適当な比例係数を置いて  $\hat{B}|n\rangle = b_n |n\rangle$ 。

(iv) したがって  $\hat{A}$  の任意の固有ベクトル  $|n\rangle$  は  $\hat{B}$  の固有ベクトルにもなっている。

よって (★) が示せた。

問題:  $\hat{A}$  の固有値に縮退がある場合に (★) を示せ。

【問題2】

【2-1】量子力学に関する問題を一つ書け。

【2-2】[2-1]の問題に答えよ。

以上