2011年度冬学期 物理数学 II (浜口) 第2回レポート

2011年12月22日(木)出題

● 締切: 1/12 (木) 17:00

● 提出先:物理教務(理学部1号館208号室)

レポートには科目名、氏名、学籍番号、学年を明記し提出する事。

1. $a \le x \le b$ で定義された関数 f(x), g(x) に対して正の実数 $\omega(x)$ (> 0) を重みとする内積を

$$(f,g) = \int_a^b \omega(x) f^*(x) g(x) dx \tag{1}$$

で定義するとき、内積に関する以下の性質を示せ。

- (a) $(f_1 + f_2, g) = (f_1, g) + (f_2, g)$
- (b) 複素数 λ に対し、 $(f, \lambda q) = \lambda(f, q)$ 及び $(\lambda f, q) = \lambda^*(f, q)$
- (c) $(f, q) = (q, f)^*$
- (d) (f, f) > 0
- (e) $|(f,g)| \le ||f|| \, ||g|| \, (\text{trt} \, ||f|| \equiv \sqrt{(f,f)})$
- (f) ||f + g|| < ||f|| + ||g|| (12/23: 修正しました。"<" ⇒ "<")
- 2. 式 (1) で、 $\omega(x)$ が負の実数値を取りうるとき、上の (a) \sim (f) は成立するか。それ ぞれについて、成立する場合は証明をし、成立しない場合は具体的な反例を一つ 示せ。
- 3. 式 (1) で、 $\omega(x)$ が一般に複素数であるとき、上の (a)~(f) はどうなるか。それぞれについて考察せよ。

以上

成績は、このレポートと、第 1 回レポート (12/8(木) 出題済、本日 12/22(木) 締切) 及び期末試験 (1/19(木) 予定) の結果を総合して評価する。

レポートは以下の講義のウェブページでも公開している。

http://www-hep.phys.s.u-tokyo.ac.jp/~hama/lectures/lecture.html